



Lernziel:

Sie können das Vorgehen bei Rechnungen mit Vektoren erklären.
Außerdem können Sie in Abhängigkeit von Variablen, Aufgaben lösen.

1. Überprüfen Sie ob die Vektoren $\vec{a}$ und $\vec{b}$ orthogonal zueinander sind.

Bedingung: $(\vec{a}) \circ (\vec{b}) = 0 \rightarrow \vec{a} \perp \vec{b}$

a) $\vec{a} = \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ 3 \end{pmatrix} \quad \vec{b} = \begin{pmatrix} -3 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix} \rightarrow \vec{s} = \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ 3 \end{pmatrix} \circ \begin{pmatrix} -3 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix} = -3 + 3 = 0 \rightarrow \vec{a} \perp \vec{b}$

b) $\vec{a} = \begin{pmatrix} -3 \\ 6 \\ 7 \end{pmatrix} \quad \vec{b} = \begin{pmatrix} 1 \\ -2 \\ 1 \end{pmatrix} \rightarrow \vec{s} = \begin{pmatrix} -3 \\ 6 \\ 7 \end{pmatrix} \circ \begin{pmatrix} 1 \\ -2 \\ 1 \end{pmatrix} = -3 - 12 + 7 = -8$

2. Bestimmen Sie λ so dass die Vektoren $\vec{a}$ und $\vec{b}$ orthogonal zueinander sind.

Bedingung: $(\vec{a}) \circ (\vec{b}) = 0 \rightarrow \vec{a} \perp \vec{b}$

a) $\vec{a} = \begin{pmatrix} 1 \\ -6 \\ 7 \end{pmatrix} \quad \vec{b} = \begin{pmatrix} -1 \\ \lambda \\ 1 \end{pmatrix} \rightarrow \vec{s} = \begin{pmatrix} 1 \\ -6 \\ 7 \end{pmatrix} \circ \begin{pmatrix} -1 \\ \lambda \\ 1 \end{pmatrix} = -1 - 6\lambda + 7 = -6\lambda + 6 = 0$
 $\rightarrow \lambda = 1$

b) $\vec{a} = \begin{pmatrix} \lambda \\ -2 \\ 30 \end{pmatrix} \quad \vec{b} = \begin{pmatrix} -4 \\ 5 \\ 6\lambda \end{pmatrix}$
 $\rightarrow \vec{s} = \begin{pmatrix} \lambda \\ -2 \\ 30 \end{pmatrix} \circ \begin{pmatrix} -4 \\ 5 \\ 6\lambda \end{pmatrix} = -4\lambda - 10 + 180\lambda = -176\lambda - 10 = 0$
 $\rightarrow \lambda = -\frac{10}{176} = -\frac{5}{88}$

c) $\vec{a} = \begin{pmatrix} -3\lambda \\ -20 \\ 1\lambda \end{pmatrix} \quad \vec{b} = \begin{pmatrix} 1 \\ 2\lambda \\ 5 \end{pmatrix} \rightarrow \vec{s} = \begin{pmatrix} -3\lambda \\ -20 \\ \lambda \end{pmatrix} \circ \begin{pmatrix} 1 \\ 2\lambda \\ 5 \end{pmatrix} = -3\lambda - 40\lambda + 5\lambda = -38\lambda = 0$
 $\rightarrow \lambda = 0$

d) $\vec{a} = \begin{pmatrix} -6\lambda \\ 6 \\ 19 \end{pmatrix} \quad \vec{b} = \begin{pmatrix} 10 \\ -\lambda + 1 \\ 1 \end{pmatrix}$
 $\rightarrow \vec{s} = \begin{pmatrix} -6\lambda \\ 6 \\ 19 \end{pmatrix} \circ \begin{pmatrix} 10 \\ -\lambda + 1 \\ 1 \end{pmatrix} = -60\lambda - 6\lambda + 6 + 19 = -66\lambda + 25 = 0$
 $\rightarrow \lambda = \frac{25}{66}$



3. Gegeben sind die drei Vektoren

$$\vec{a} = \begin{pmatrix} \lambda \\ 2 \\ \lambda \end{pmatrix}, \vec{b} = \begin{pmatrix} 4 \\ -5 + \lambda \\ 6 \end{pmatrix}, \vec{c} = \begin{pmatrix} 4 \\ -1 \\ -2 \end{pmatrix}$$

Für welche λ sind die Vektoren $\vec{a}$, $\vec{b}$ und $\vec{c}$ komplanar (liegen in einer Ebene)?

$$\det(\vec{a}, \vec{b}, \vec{c}) = \begin{vmatrix} \lambda & 4 & 4 \\ 2 & -5 + \lambda & -1 \\ \lambda & 6 & -2 \end{vmatrix} =$$

$$\begin{aligned} &= \lambda * (-5 + \lambda) * (-2) - 4\lambda + 48 - [\lambda * (-5 + \lambda) * 4 - 6\lambda - 16] = \\ &= 10\lambda - 2\lambda^2 - 4\lambda + 48 + 20\lambda - 4\lambda^2 + 6\lambda + 16 = \\ &= -6\lambda^2 + 32\lambda + 64 = 0 \end{aligned}$$

$$\lambda_{1/2} = \frac{-32 \pm \sqrt{32^2 - 4 * (-6) * 64}}{2 * (-6)} = \frac{-32 \pm \sqrt{2560}}{-12}$$

$$\lambda_1 = \frac{-32 + \sqrt{2560}}{-12} = \frac{8 - 4\sqrt{10}}{3} = -1,5497$$

$$\lambda_2 = \frac{-32 - \sqrt{2560}}{-12} = \frac{8 + 4\sqrt{10}}{3} = 6,883$$

$$\rightarrow \lambda_1 = -1,5497 \text{ und } \lambda_2 = 6,883$$