

EQC – Übungen 4

Aufgabe 1:

Gegeben sei:

$$f: \{0,1\} \rightarrow \{0,1\} \quad \text{mit} \quad f(x) = x$$

Berechne die Matrix U für die Abbildung:

$$U_f: |xy\rangle \rightarrow |x, y \oplus f(x)\rangle$$

Zeige:

- Dass U unitär ist
- Anhand einer Wahrheitstafel dass U der CNOT Operation entspricht

Aufgabe 2:

Gegeben sei:

$$U = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \end{pmatrix}$$

- Baue einen Quantum Circuit mit 5 qBits und wende U auf die Kombinationen $q_0/q_4 \dots q_1/q_4 \dots q_2/q_4 \dots q_3/q_4$ an
- Initialisiere die ersten 4 qBits zu:
0000
0001
.....
1110
1111

wobei das qBit4 auf 0 initialisiert ist
Messe q_4 nach der Anwendung der U für die einzelnen Initialisierungen.
- Initialisiere qBit4 zu 1 und wiederhole die obigen Messungen
- Was lässt sich aus den Ergebnissen ableiten?

Aufgabe 3:

Gegeben sei:

$$H = \frac{1}{\sqrt{2}} \cdot \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 1 & -1 \end{pmatrix}$$

- Berechne $H \otimes H \otimes H$ und wende das Ergebnis auf $|000\rangle$ an
- Berechne $|x\rangle = H|0\rangle$ und dann $|x\rangle \otimes |x\rangle \otimes |x\rangle$
- Was folgt aus den Ergebnissen?
- Baue einen entsprechenden Quantum Circuit und messe die Wahrscheinlichkeiten für die aus der Rechnung erhaltenen Ergebnisse

Aufgabe 4:

Gegeben sei:

$$U = \begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix}$$

- Berechne die 4x4 Matrix A für ein kontrolliertes Gatter bei dem q0 das Kontrollbit und q1 das Zielbit darstellt
- Berechne die 4x4 Matrix B für ein kontrolliertes Gatter bei dem q1 das Kontrollbit und q0 das Zielbit darstellt
- Berechne jeweils die Anwendung von A und B auf die Basisvektoren:
 $|00\rangle |01\rangle |10\rangle |11\rangle$

Aufgabe 5:

Gegeben sei:

$$\sigma_x = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix} \quad \sigma_y = \begin{pmatrix} 0 & -i \\ i & 0 \end{pmatrix} \quad \sigma_z = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix}$$

- Baue für die 3 Operationen einen Quantum Circuit bei dem die Operationen als kontrolliertes Gatter in Abhängigkeit von qBit0 auf das qBit1 angewendet werden.
- Fülle für die erhaltenen Operationen folgende Wahrheitstafel ein wobei der Inhalt das Ergebnis des Target Bits ist:

| q0/q1 | 0 | 1 |
|-------|---|---|
| 0 | | |
| 1 | | |

Aufgabe 6:

- Entwerfe einen Quantum Circuit mit maximal 5 qBits und stelle die Boole'schen Aussagen \neg , \wedge , \vee als entsprechende Schaltung dar
- Messe für die \vee Schaltung folgende Initialisierungen und trage die Ergebnisse für $q_1 - q_5$ in eine Tabelle ein

| | | | | | | | | | | | | | |
|----|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| q1 | 1 | 0 | 1 | 0 | 1 | 0 | 1 | 1 | 1 | 0 | 0 | 1 | 1 |
| q2 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| q3 | 1 | 1 | 1 | 1 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 1 | 0 | 1 |
| q4 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| q5 | 1 | 1 | 0 | 0 | 1 | 1 | 0 | 1 | 0 | 1 | 0 | 0 | 0 |