

EQC – Übungen 3

Aufgabe 1:

Gegeben sei:

$$|x\rangle = \begin{pmatrix} \frac{1}{\sqrt{2}} \\ \frac{0}{\sqrt{2}} \\ \frac{1}{\sqrt{2}} \\ \frac{0}{\sqrt{2}} \end{pmatrix}$$

und

$$|y\rangle = \begin{pmatrix} \frac{1}{\sqrt{2}} \\ \frac{0}{\sqrt{2}} \\ \frac{0}{\sqrt{2}} \\ \frac{1}{\sqrt{2}} \end{pmatrix}$$

Berechne $C(|x\rangle)$ und $C(|y\rangle)$

Was sagt das Ergebnis über die Verschränkung der beiden Zustände aus?

Aufgabe 2:

Gegeben sei :

$$I = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \quad H = \frac{1}{\sqrt{2}} \cdot \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 1 & -1 \end{pmatrix} \quad \sigma_x = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}$$

Bilde folgende Matrizen:

- $H \otimes I$
- $I \otimes H$
- $H \otimes H$
- $I \otimes \sigma_x$
- $\sigma_x \otimes I$
- $\sigma_x \otimes \sigma_x$

Aufgabe 3:

Gegeben sei:

$$f: \{0,1\} \rightarrow \{0,1\}$$

- Wieviele Funktionen f gibt es?
- Gebe diese Funktionen an
- Berechne für $U_f: |xy\rangle \rightarrow |x, y \oplus f(x)\rangle$:
 $U_f|00\rangle \quad U_f|01\rangle \quad U_f|10\rangle \quad U_f|11\rangle$
- Gebe die Transformationsmatrizen der einzelnen Abbildungen an
- Zeige dass diese Matrizen unitär sind

$\oplus = XOR$:

\oplus	0	1
0	0	1
1	1	0

Aufgabe 4:

Gegeben sei :

$$H = \frac{1}{\sqrt{2}} \cdot \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 1 & -1 \end{pmatrix}$$

$$CNOT = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \end{pmatrix}$$

$$A = H \otimes H$$

$$|x\rangle = |0\rangle \otimes |1\rangle$$

Bilde folgende Matrix:

$$Q = A \cdot CNOT \cdot A$$

Berechne:

$$|y\rangle = Q |x\rangle$$