EQC – Übungen 1

Aufgabe 1:

Welche Wahrscheinlichkeiten für $|0\rangle$ und $|1\rangle$ ergeben sich für die folgenden 4 Zustände:

$$|x\rangle = \frac{1}{\sqrt{3}}|0\rangle + \sqrt{\frac{2}{3}}\,|1\rangle \qquad\qquad |x\rangle = \frac{1}{\sqrt{3}}|0\rangle - \sqrt{\frac{2}{3}}\,|1\rangle$$

$$|x\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}}|0\rangle + \frac{1}{\sqrt{2}}|1\rangle \qquad\qquad |x\rangle = \frac{1+2i}{3}|0\rangle + \frac{2}{3}|1\rangle$$

Aufgabe 2:

Gegeben sei:

$$|\mathrm{x} > = \frac{1}{\sqrt{k}}|0 > + \frac{\sqrt{k-1}}{\sqrt{k}}|1 >$$

- Wie sehen die Dirac Darstellung und die Vektordarstellung für $k = 2,3,4$ aus?
- Zeige dass alle Zustände normiert sind
- Berechne die Wahrscheinlichkeiten für $|0\rangle$ und $|1\rangle$
- Skizziere alle Zustände in einem kartesischen Koordinatensystem

Aufgabe 3:

Gegeben sei $|x\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}}|0\rangle + \frac{1}{\sqrt{2}}|1\rangle$ und $|y\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}}|0\rangle - \frac{1}{\sqrt{2}}|1\rangle$, sowie der Hadamard Operator $H = \frac{1}{\sqrt{2}} \cdot \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 1 & -1 \end{pmatrix}$:

- Berechne $H|x\rangle$ und $H|y\rangle$
- Berechne die Wahrscheinlichkeiten für $|0\rangle$ und $|1\rangle$ für die 4 Zustände $|x\rangle$, $|y\rangle$, $H|x\rangle$ und $H|y\rangle$
- Interpretiere das erhaltene Ergebnis im Hinblick auf die Messung in verschiedenen Basen

Aufgabe 4:

Sei:

$$\sigma_x = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix} \qquad\qquad \sigma_z = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix}$$

- Zeige dass die beiden Operatoren unitär sind
- Berechne für die beiden Zustände $|0\rangle$ und $|1\rangle$ jeweils die Anwendung der beiden Operatoren
- Skizziere die erhaltenen Zustände in einem kartesischen Koordinatensystem

Aufgabe 5:

Sei:

$$\sigma_y = \begin{pmatrix} 0 & -i \\ i & 0 \end{pmatrix}$$

- Zeige dass der Operator unitär ist
- Berechne für die beiden Zustände $|0\rangle$ und $|1\rangle$ jeweils die Anwendung des Operators
- Skizziere die erhaltenen Zustände auf der Blochkugel

Um einen Zustand auf der Blochkugel darzustellen wird er in der Form:
$|x\rangle = \cos\left({}^{\vartheta}/_{2}\right)\binom{1}{0} + e^{i\varphi}\sin\left({}^{\vartheta}/_{2}\right)\binom{0}{1}$ beschrieben.

Zur Umformung beachte dass für eine komplexe Zahl $z = a + ib$ gilt:
$z = re^{i\varphi}$
$r = \sqrt{a^2 + b^2}$
$\tan\varphi = \frac{b}{a}$

Aufgabe 6:

Um einen Zustand auf der Blochkugel darzustellen wird er in der Form:

$|x\rangle = \cos\left({}^{\vartheta}/_{2}\right)\binom{1}{0} + e^{i\varphi}\sin\left({}^{\vartheta}/_{2}\right)\binom{0}{1}$ beschrieben.

- Berechne ϑ und φ für den Zustand $|x\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}}|0\rangle + \frac{1}{\sqrt{2}}|1\rangle$
- Skizziere den Zustand auf der Blochkugel
- Berechne ϑ und φ für den Zustand $|x\rangle = \frac{1+2i}{3}|0\rangle + \frac{2}{3}|1\rangle$
- Skizziere den Zustand auf der Blochkugel