Hochschule Kempten
Ingenieurwissenschaften

Test Basismathematik – 2021 Oktober
21.10.2021

Prüfungszeit:

60 Minuten

Zugelassene Hilfsmittel:

- EINE beliebige Formelsammlung (inkl. handschriftlicher Ergänzungen in der Formelsammlung, auch eingeklebt)
- KEIN Taschenrechner

Wichtige Hinweise:

- Bitte tragen Sie alle Ergebnisse in das Ergebnisfeld („➔“) der jeweiligen Aufgabe ein!
- **Nur Ergebnisse die dort eingetragen sind werden bewertet.**
- **Ergebnisse ohne erkennbaren Rechenweg werden nicht gewertet.**

- Auswertung
  - Es sind maximal 60 Punkte erreichbar.
  - Ab 30 Punkten ist der Test bestanden.
  - Bei weniger als 25 Punkten ist der Test NICHT bestanden.
  - Zwischen 25 und 30 Punkten wird bei allen Aufgaben zusätzlich zum Ergebnis auch der Rechenweg mit berücksichtig. Kommen dadurch mind. 30 Punkte zusammen, ist der Test bestanden.

- Das Angabenblatt und ALLE Notiz- oder Schmierblätter MÜSSEN, mit Namen und Matrikelnummer versehen, abgegeben werden.

Matrikelnummer: ________________

Name + Vorname: ____

Studiengang:

☐ Elektrotechnik	☐ Energie- und Umwelttechnik
☐ Fahrzeugtechnik	☐ Lebensmittel- und Verpackungstechnologie
☐ Maschinenbau	☐ Mechatronik
☐ Verfahrenstechnik und Nachhaltigkeit	☐ Wirtschaftsingenieurwesen Technologie und Nachhaltigkeit
☐ Robotik	☐ anderer Studiengang:

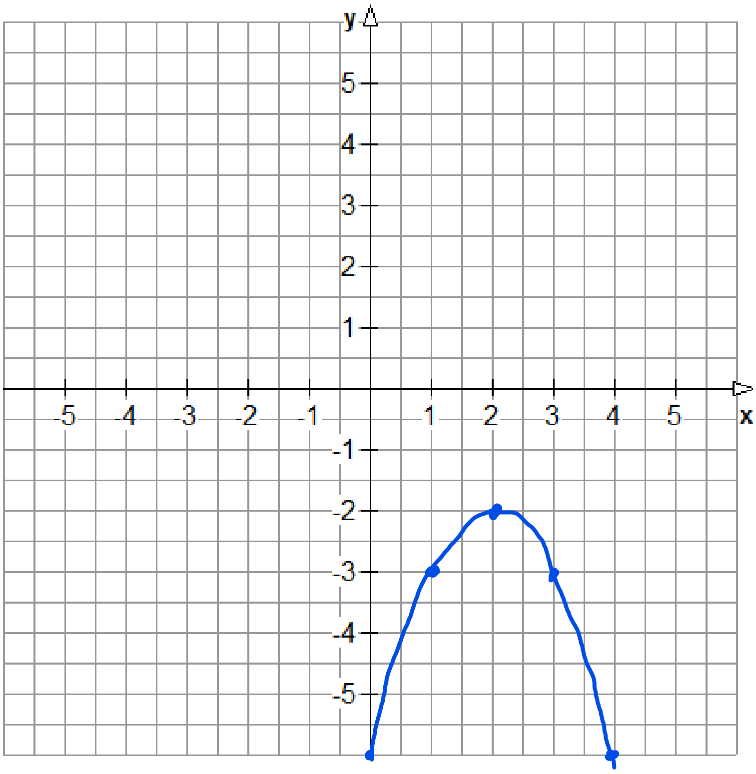
Hochschule Kempten - Ingenieurwissenschaften
Test Basismathematik am 21.10.2021

MtrklNr.________
Name________________________________

1 Funktionen - Kurvendiskussion

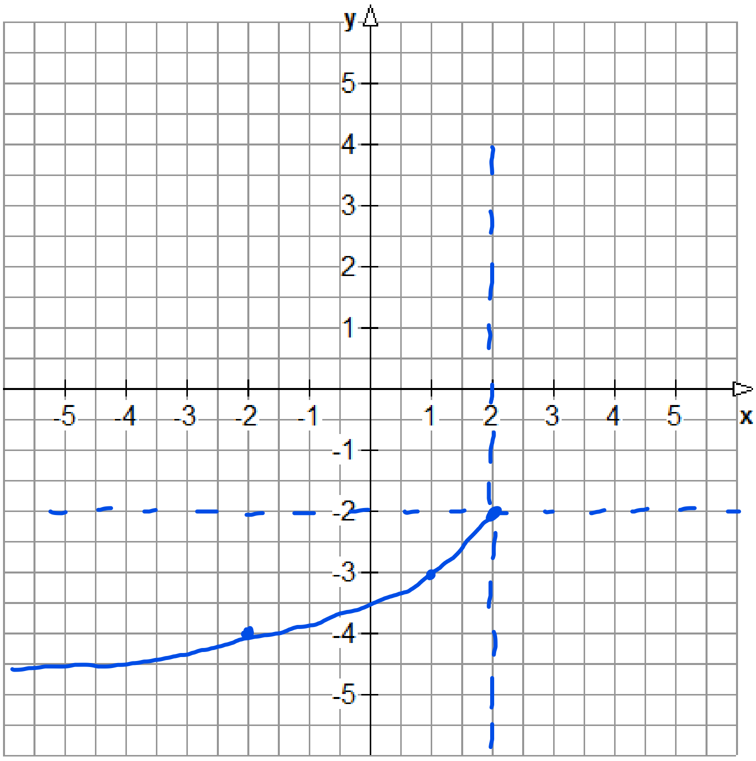
Skizzieren sie jeweils den Graph der gegebenen Funktion und geben Sie die erste Ableitung f´(x) an. Achten sie bei den Graphen besonders auf die Schnittstellen mit den Achsen und die Definitionsbereiche. Hinweis: In den Graphen gilt: $\sqrt{2}$ = 1.4 und e^{-2} = 0.14

1.1 $f(x) = -(2-x)^2 - 2$



➔ f‘(x) = $2x - 4$

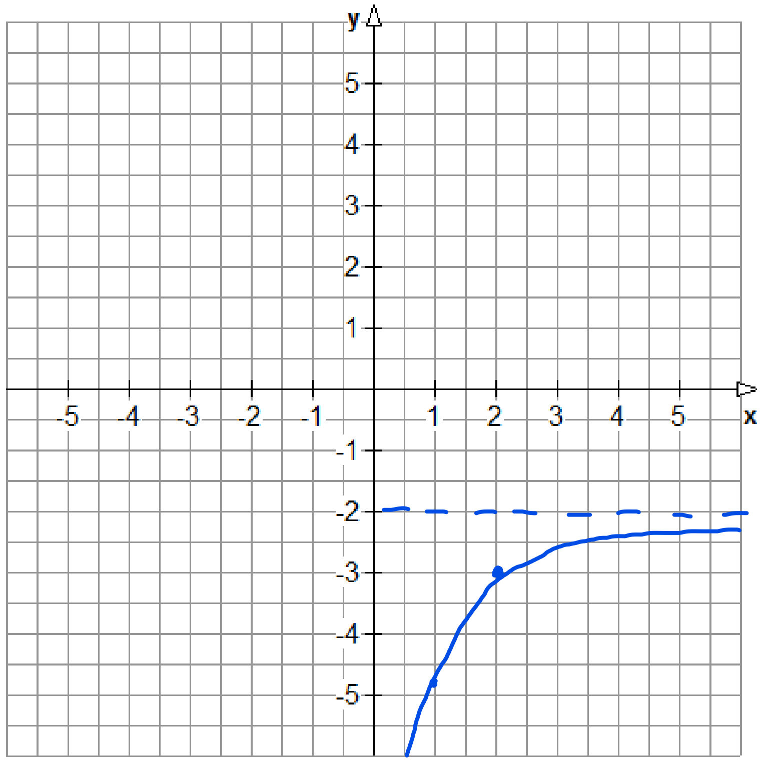
1.2 $f(x) = -\sqrt{2-x} - 2$



➔ f‘(x) = $\dfrac{1}{2\sqrt{2-x}}$

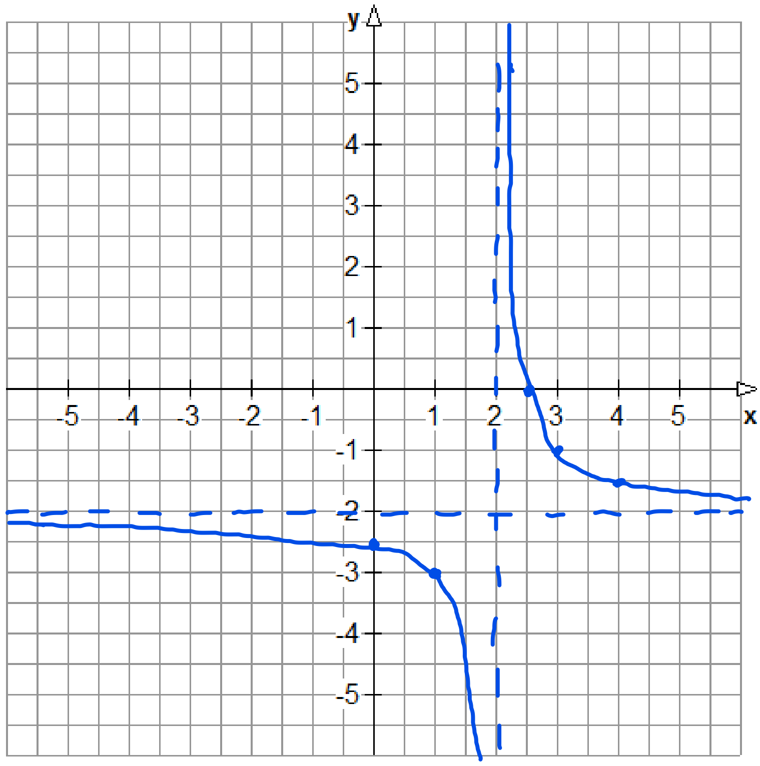
MtrklNr.________
Name______________________________

1.3 $f(x) = -e^{(2-x)} - 2$



➔ f'(x) = $e^{(2-x)}$

1.4 $f(x) = -\frac{1}{(2-x)} - 2$



➔ f'(x) = $-\frac{1}{(2-x)^2}$

MtrklNr.________
Name________________________________

2 Gleichungssysteme

Lösen Sie mit einem beliebigen Verfahren

$$\begin{aligned} x + 2y + z &= 8 \\ -2x + y - z &= -3 \\ 2x - 2y + 2z &= 4 \end{aligned}$$

$$\begin{array}{ccc} x & y & z \\ \end{array}$$
$$\left(\begin{array}{ccc|c} 1 & 2 & 1 & 8 \\ -2 & 1 & -1 & -3 \\ 2 & -2 & 2 & 4 \end{array}\right) \begin{array}{l} \\ 2\cdot I + II \\ 2\cdot I - III \end{array} \Longrightarrow \left(\begin{array}{ccc|c} 1 & 2 & 1 & 8 \\ 0 & 5 & 1 & 13 \\ 0 & 6 & 0 & 12 \end{array}\right) \Rightarrow y = \underline{2}$$

$y=2$ in II: $5\cdot 2 + z = 13 \Rightarrow z = \underline{3}$

$y=2$ & $z=3$ in I: $x + 2\cdot 2 + 3 = 8 \Rightarrow x = \underline{1}$

➔ **x=**___1___ **y=**___2___ **z=**___3___

MtrklNr.________
Name________________________________

3 Logik

Anna ist 32 Jahre. $\underbrace{\text{Sie ist doppelt so alt wie Berta war,}}$ $\underbrace{\text{als Anna so alt war wie Berta jetzt ist.}}$

Wie alt ist Berta heute?

$(I)\ 32 = 2(B - x)$

$(II)\ 32 - x = B$

$\Rightarrow x = 32 - B$

x in I: $32 = 2(B - [32 - B])$

$\Leftrightarrow 16 = 2B - 32 \Leftrightarrow B = \underline{24}$

➔ **Berta ist heute:** 24

MtrklNr.________
Name________________________________

4 Proportionen

Ein Verein mit 1000 Mitgliedern hat einen Männeranteil von 75%.
Bei den Neueintritten sind aktuell im Schnitt 70% weiblich
Wie viele neue Mitglieder müsste der Verein mit dieser Verteilung noch aufnehmen um einen Frauenanteil von 50% zu haben?

heutiger Stand: $1000 = 750M + 250W$

Neueintritt: $1 = 0{,}3M + 0{,}7W$

$\Rightarrow \quad 750 + 0{,}3x = 250 + 0{,}7x$

$\Leftrightarrow \quad x = \underline{\underline{1250}}$

➔ **Anzahl Mitglieder die dazu kommen müssen:** 1250

MtrklNr.________
Name________________________________

5 Arithmetik

Vereinfachen Sie jeweils soweit als möglich:

Hinweis: Nennernullstellen brauchen bei Aufgabe 4 nicht berücksichtigt zu werden

5.1 Allgemein

$$\frac{3a^2-3b^2}{b^2+a^2-2ab}-\frac{6b}{a-b}=$$

$$\frac{3(a+b)\cancel{(a-b)}}{(a-b)^{\cancel{2}}}-\frac{6b}{a-b}=\frac{3(a-b)}{a-b}=\underline{3}$$

➔ **Vereinfachter Term:** 3

5.2 Trigonometrie

$$\frac{\sin^2 a}{1-\cos a}-1=$$

$$\sin^2 a+\cos^2 a=1$$

$$\Rightarrow \sin^2 a=1-\cos^2 a=(1-\cos a)(1+\cos a)$$

$$\frac{\cancel{(1-\cos a)}(1+\cos a)}{\cancel{1-\cos a}}-1$$

$$=\cos a$$

➔ **Vereinfachter Term:** $\cos a$

MtrklNr.________
Name________________________________

5.3 Potenzen

$\frac{e^{3x}+e^{2x}}{e^{2x}} = \frac{\cancel{e^{2x}}(e^x+1)}{\cancel{e^{2x}}} = e^x + 1$

➔ **Vereinfachter Term:** e^x+1

5.4 Logarithmus

$4k\cancel{e}^{\cancel{ln}2} - \cancel{e}^{\ln(2k)} = 4k \cdot 2 - 2k = 6k$

➔ **Vereinfachter Term:** $6k$

6 Vektorrechnung

6.1 Abstand berechnen

Berechnen sie den Abstand der Punkte A und B im dreidimensionalen Raum

A (2; 3; 6)

B (-1; 3; 2)

$$\overline{AB} = \vec{A} - \vec{B} = \begin{pmatrix} 2 \\ 3 \\ 6 \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} -1 \\ 3 \\ 2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 3 \\ 0 \\ 4 \end{pmatrix} = \vec{C}$$

$$|\vec{C}| = c = \sqrt{3^2 + 4^2} = \underline{5}$$

➔ **Abstand:** 5

6.2 Vektor bestimmen

Gegeben ist der von einem Parameter x abhängige Vektor

$\vec{K} = \binom{6}{x}$

6.2.1 Bestimmen Sie alle möglichen Parameterwerte für x im Vektor K so, dass Vektor K die Länge 10 besitzt

$$|\vec{K}| = K = \sqrt{6^2 + x^2} = 10 \quad \Rightarrow x = \sqrt{100 - 36} = \underline{\pm 8}$$

➔ **Parameter X:** ± 8

MtrklNr.________
Name________________________________

6.2.2 Bestimmen sie alle Vektoren $\vec{L}$ für die gilt:

- $\vec{L}$ steht senkrecht auf $\vec{K}$
- Die Länge von $\vec{L}$ ist 1

Hinweis: für den Vektor K in dieser Teilaufgabe eine Lösung aus 6.2.1 verwenden. Wenn diese nicht vorliegt, kann auch mit x aus 6.2.1 gerechnet werden:

$\vec{L} \circ \vec{K} = 0$ mit $\vec{K} = \begin{pmatrix} 6 \\ \pm 8 \end{pmatrix}$ & $\vec{L} = \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix}$

$\begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} \circ \begin{pmatrix} 6 \\ \pm 8 \end{pmatrix} = 0 \Rightarrow 6x \pm 8y = 0 \Rightarrow \underline{x = \mp \frac{4}{3} y}$ (I)

$|\vec{L}| = 1 = \sqrt{x^2 + y^2} \Rightarrow x = \sqrt{1 - y^2}$ (II)

(II) in (I): $6\sqrt{1-y^2} \pm 8y = 0$

$\Leftrightarrow 1 - y^2 \pm \left(\frac{4}{3} y\right)^2 = 0$

Lösung 1: $1 - y^2 + \frac{16}{9} y^2 = 0 \Rightarrow y = \pm\sqrt{-\frac{9}{7}}$ ↯

Lösung 2: $1 - y^2 - \frac{16}{9} y^2 = 0 \Rightarrow y_{1/2} = \pm\sqrt{\frac{9}{25}} = \underline{\pm \frac{3}{5}}$

in (II): $x_{1/2} = \sqrt{1 - \left(\pm\frac{3}{5}\right)^2} = \underline{\pm \frac{4}{5}}$

$\vec{L} = \begin{pmatrix} \pm \frac{4}{5} \\ \pm \frac{3}{5} \end{pmatrix}$

➔ **Vektoren ~~$\vec{X}$~~ :** ________________

MtrklNr.________
Name________________________________

7 Ungleichungen

Bestimmen Sie die Lösungsmenge zu folgender Ungleichung

$|x+3| \leq 2x-4$

Hinweis: eine graphische Darstellung der beiden Funktionen könnte die Lösung evtl. vereinfachen

Fallunterscheidung:

$$|x+3| = \begin{cases} x+3 & \text{für } x \geq -3 \quad (1) \\ -(x+3) & \text{für } x < -3 \quad (2) \end{cases}$$

Durch Multiplikation mit -1 dreht sich das Kleiner-Zeichen um

Fall (1):

$$x+3 \leq 2x-4 \iff -x \leq -7 \;|\cdot(-1) \iff x \geq 7$$

$$\mathbb{L}_{1} = [7; \infty[$$

Fall (2):

$$-(x+3) \leq 2x-4 \iff -3x \leq -1 \;|\cdot(-1) \iff x \geq \frac{1}{3}$$

$$\mathbb{L}_{2} = \mathbb{R} \setminus x \in [-3; \tfrac{1}{3}] \quad \text{oder: } \mathbb{L}_{2} =]-\infty; -3[\cup]\tfrac{1}{3}; \infty[$$

$$\mathbb{L} = \mathbb{L}_{1} \cup \mathbb{L}_{2} = [7; \infty[\cup \mathbb{R} \setminus x \in [-3; \tfrac{1}{3}] = [7; \infty[$$

$$\text{oder } \mathbb{L} = \{x \mid x \geq 7\}$$

➔ **Lösungsmenge:** ***L*** **=** $[7; \infty[$