Lernziel:

Sie verstehen den Zusammenhang zwischen der Logarithmusfunktion und der Exponentialfunktion. Außerdem können Sie mit der Exponentialfunktion zusammenfassen und umrechnen.

1. Bestimmen Sie.

a) $\ln(e^{-2})$ → $\ln(e^{-2}) = \mathbf{-2}$
b) $e^{-2\ln(k)}$ → $e^{-2\ln(k)} = \cancel{\boldsymbol{k}^2}$ **richtig ist: k^(-2)**
c) $e^{\ln\left(\frac{k}{2}\right)}$ → $e^{\ln\left(\frac{k}{2}\right)} = \boldsymbol{\frac{k}{2}}$
d) $\frac{1}{2}e^{\frac{\ln(k)}{2}}$ → $\frac{1}{2}e^{\frac{\ln(k)}{2}} = \boldsymbol{\frac{1}{2}\sqrt{k}}$
e) $e^{-\frac{\ln(k)}{3}}$ → $e^{-\frac{\ln(k)}{3}} = \boldsymbol{\frac{1}{\sqrt[3]{k}}}$
f) $2 * e^{\ln(k)^2}$ → $2 * e^{\ln(k)^2} = \boldsymbol{2 * k^2}$
g) $e^{\ln(k)-1}$ → $e^{\ln(k)-1} = \boldsymbol{ke^{-1}}$
h) $e^{\ln(k-1)}$ → $e^{\ln(k-1)} = \boldsymbol{k-1}$

2. Bestimmen Sie den Klammerausdruck

a) $e^x - e^{3x} = e^x * (\ldots)$ → $e^x - e^{3x} = \boldsymbol{e^x * (1 - e^{2x})}$
b) $e^{2x} - 1 = (e^x - 1) * (\ldots)$
→ $e^{2x} - 1 = \boldsymbol{(e^x - 1) * (e^x + 1)}$ $3. \mathit{Binomische\ Formel\ anwenden}$
c) $x^2e^x + 2xe^x + e^x = e^x * (\ldots)$
→ $x^2e^x + 2xe^x + e^x = \boldsymbol{e^x * (x+1)^2}$ $1. \mathit{Binomische\ Formel\ anwenden}$
d) $e^{3x} - 2e^{-x} = e^{-x} * (\ldots)$ → $e^{3x} - 2e^{-x} = \boldsymbol{e^{-x} * (e^{4x} - 2)}$
e) $ke^{2x} - 2e^{x+1} = e^x * (\ldots)$ → $ke^{2x} - 2e^{x+1} = \boldsymbol{e^x * (ke^x - 2e^1)}$

3. Vereinfachen Sie die folgenden Terme

a) $2\ln\left(\frac{p}{q}\right) + \frac{1}{2}\ln(q^2) - \ln(p^3)$

→ $2\ln\left(\frac{p}{q}\right) + \frac{1}{2}\ln(q^2) - \ln(p^3) = \ln\left(\frac{p}{q}\right)^2 + \ln(q^2)^{\frac{1}{2}} - \ln(p^3) =$

$= \ln\left(\frac{p}{q}\right)^2 + \ln(q) - \ln(p^3) = ln\left(\frac{p^2q}{q^2p^3}\right) = \boldsymbol{ln\left(\frac{1}{pq}\right)}$

b) $\frac{1}{2}\ln(a) - 2\ln(b^2) + \ln(c)$

→ $\frac{1}{2}\ln(a) - 2\ln(b^2) + \ln(c) = \ln(a)^{\frac{1}{2}} - \ln(b^2)^2 + \ln(c) =$

$= \ln(\sqrt{a}) - \ln(b^4) + \ln(c) = \boldsymbol{ln\left(\frac{\sqrt{a}*c}{b^4}\right)}$

MINTerAKTIV Mit Erfolg zum MINT-Abschluss in Bayern
gefördert durch Bayerisches Staatsministerium für Bildung und Kultus, Wissenschaft und Kunst

c) $5\ln(x)+\frac{1}{4}\ln(y)+\frac{3}{2}\ln(z)$

→ $5\ln(x)+\frac{1}{4}\ln(y)+\frac{3}{2}\ln(z)=\ln(x)^5+\ln(y)^{\frac{1}{4}}+\ln(z)^{\frac{3}{2}}=$

$=\mathbf{\ln\left(x^5*\sqrt[4]{y}*\sqrt[2]{z^3}\right)}$

d) $4\ln(a)-\frac{3}{2}\ln(b^2)-\frac{2}{3}\ln(\sqrt{a^3})$

→ $4\ln(a)-\frac{3}{2}\ln(b^2)-\frac{2}{3}\ln(\sqrt{a^3})=\ln(a)^4-\ln(b^2)^{\frac{3}{2}}-\ln(\sqrt{a^3})^{\frac{2}{3}}=$

$=\ln\left(\frac{a^4}{\sqrt{b^6}}\right)-\ln\left(a^{\frac{3}{2}}\right)^{\frac{2}{3}}=\ln\left(\frac{a^4}{\sqrt{b^6*a}}\right)=\ln\left(\frac{a^3}{b^3}\right)=\mathbf{\ln\left(\frac{a}{b}\right)^3}$

e) $\ln\left(\frac{1}{x}\right)+\ln(\sqrt{x})-\ln(x^3)$

→ $\ln\left(\frac{1}{x}\right)+\ln(\sqrt{x})-\ln(x^3)=\ln\left(\frac{1}{x}*\sqrt{x}\right)-\ln(x^3)=$

$=\ln\left(\frac{\sqrt{x}}{x*x^3}\right)=\ln\left(\frac{\sqrt{x}}{x^4}\right)=\ln\left(x^{\frac{1}{2}}*x^{-4}\right)=\ln\left(x^{-\frac{7}{2}}\right)=-\frac{\mathbf{7}}{\mathbf{2}}\ln(x)$

f) $\ln\left(\frac{5}{x}\right)+\ln\left(\frac{x}{5}\right)-ln\sqrt[3]{x^2}$

→ $\ln\left(\frac{5}{x}\right)+\ln\left(\frac{x}{5}\right)-ln\sqrt[3]{x^2}=\ln\left(\frac{5}{x}*\frac{x}{5}\right)-ln\sqrt[3]{x^2}=$

$=\ln(1)-ln\sqrt[3]{x^2}=-ln\sqrt[3]{x^2}=-\frac{\mathbf{2}}{\mathbf{3}}\mathbf{\ln(x)}$

g) $\ln\left(\frac{e}{a}\right)+\ln(a^2)-\ln(a\sqrt{e})$

→ $\ln\left(\frac{e}{a}\right)+\ln(a^2)-\ln(a\sqrt{e})=\ln\left(\frac{e}{a}*a^2\right)-\ln(a\sqrt{e})=$

$=\ln(e*a)-\ln(a\sqrt{e})=\ln\left(\frac{e*a}{a\sqrt{e}}\right)=\ln\left(\frac{e}{\sqrt{e}}\right)=\ln\left(e*e^{-\frac{1}{2}}\right)=\frac{\mathbf{1}}{\mathbf{2}}$