Lernziel:

Sie erinnern sich an die Bedeutung der Logarithmus- und der Exponentialfunktion. Außerdem kennen Sie die Rechenregeln.

1. Erarbeiten Sie mit Hilfe des Skripts (siehe Moodle), Literatur (Empfehlung: „Mathematik für Ingenieure und Naturwissenschaftler", Lothar Papula) oder mithilfe von Lernvideos (siehe Moodle), die verschiedenen Rechengesetze und Zusammenhänge der Logarithmus- und der Exponentialfunktion.
   Tipp: Erstellen Sie sich eine Übersicht mit allen relevanten Rechenregeln.

2. Berechnen Sie die folgenden Logarithmen.

   a) $\log_2(1)$ → $\mathbf{\log_2(1) = 0}$
   b) $\log_b\left(\frac{1}{b^a}\right)$ → $\log_b\left(\frac{1}{b^a}\right) = x \to b^x = \frac{1}{b^a} = b^{-a} \to x = -a \to \boldsymbol{\log_b\left(\frac{1}{b^a}\right) = -a}$
   c) $\log_3(1)$ → $\log_3(1) = x \to 3^x = 1 \to x = 0 \to \mathbf{\log_3(1) = 0}$
   d) $\log_{\sqrt{2}}\left(\frac{1}{2}\right)$ → $\log_{\sqrt{2}}\left(\frac{1}{2}\right) = x \to \left(\sqrt{2}\right)^x = \frac{1}{2} \to x = -2 \to \boldsymbol{\log_{\sqrt{2}}\left(\frac{1}{2}\right) = -2}$
   e) $\log_y\left(\frac{1}{y^z}\right)$ → $\log_y\left(\frac{1}{y^z}\right) = x \to y^x = \frac{1}{y^z} = y^{-z} \to x = -z \to \boldsymbol{\log_y\left(\frac{1}{y^z}\right) = -z}$
   f) $\log_{\frac{25}{4}}\left(\frac{2}{5}\right)$ → $\log_{\frac{25}{4}}\left(\frac{2}{5}\right) = x \to \left(\frac{25}{4}\right)^x = \frac{2}{5} \to x = -2 \to \boldsymbol{\log_{\frac{25}{4}}\left(\frac{2}{5}\right) = -\frac{1}{2}}$
   g) $\log_a\left(\frac{1}{a^2}\right)$ → $\log_a\left(\frac{1}{a^2}\right) = x \to a^x = \frac{1}{a^2} = a^{-2} \to x = -2 \to \boldsymbol{\log_a\left(\frac{1}{a^2}\right) = -2}$

3. Finden Sie die Basis des Logarithmus

   a) $\log_x(169) = 2$ → $x^2 = 169 \to \boldsymbol{x = 13}$
   b) $\log_x(256) = 2$ → $x^2 = 256 \to \boldsymbol{x = 16}$
   c) $\log_x(216) = 3$ → $x^3 = 216 \to \boldsymbol{x = 6}$
   d) $\log_x(343) = 3$ → $x^3 = 343 \to \boldsymbol{x = 7}$

4. Logarithmieren Sie folgende Terme

   a) $\log(a^3b^3)^3$
   → $\log(a^3b^3)^3 = 3 * \log(a^3b^3) = 3 * [3 * \log(a) + 3 * \log(b)] = \boldsymbol{9 * \log(a) + 9 * \log(b)}$
   b) $\log(a^5b^6)^3$
   → $\log(a^5b^6)^3 = 3\log(a^5b^6) = 3 * [5 * \log(a) + 6 * \log(b)] = \boldsymbol{15 * \log(a) + 18 * \log(b)}$
   c) $\log(x^2 - y^2)^{-\frac{1}{4}}$
   → $-\frac{1}{4}\log(x^2 - y^2) = -\frac{1}{4}\log[(x-y)(x+y)] = \boldsymbol{-\frac{1}{4} * \log(x+y) - \frac{1}{4} * \log(x-y)}$
   d) $\log[(a^2 - b^2)^2]^3$
   → $3 * \log(a^2 - b^2)^2 = 2 * 3 * \log(a^2 - b^2)^2 = 6 * \log[(a-b)(a+b)] = \boldsymbol{6 * \log(a+b) + 6 * \log(a-b)}$

e) $\log\left[\frac{x^3y^4z^5}{(xyz)^2}\right]$ → $\log\left(\frac{x^3y^4z^5}{x^2y^2z^2}\right) = \log(xy^2z^3) = \mathbf{\log(x) + 2 * \log(y) + 3 * \log(z)}$

f) $\log\left(\frac{2ab^2c^3}{de^4}\right)$
→$\log(2ab^2c^3) - \log(de^4) = \mathbf{\log(2) + \log(a) + 2 * \log(b) + 3 * \log(c) - \log(d) - 4 * \log(e)}$