Lernziel:

Sie erinnern sich an die Additionstheoreme und können diese anwenden. Außerdem verstehen Sie die Zusammenhänge der Additionstheoreme.

1. Vereinfachen Sie den Term.

a) $\sin(60°+\propto) - \sin(60°-\propto)$ → $\sin(\propto)$
b) $\cos(\propto+\beta) - \cos(\alpha-\beta)$ → $-2\sin(\propto)\sin(\beta)$
c) $\frac{\sin(\propto+\beta)}{\cos(\alpha)*\cos(\beta)}$ → $\tan(\alpha) + \tan(\beta)$
d) $sin^4(\alpha) - cos^4(\alpha)$ → $-\cos(2\propto)$
e) $\frac{\tan(\alpha)}{1+tan^2(\alpha)}$ → $\frac{1}{2}\sin(2\propto)$
f) $\frac{1}{sin^2(\alpha)} + \frac{1}{cos^2(\alpha)}$ → $\frac{4}{\sin^2(2\propto)}$
g) $\frac{1-\cos(2\propto)}{\sin(2\propto)}$ → $tan(\propto)$
h) $1 - \sin(\propto) * \tan(\frac{\propto}{2})$ → $cos(\propto)$

2. Drücken Sie $\sin(3\propto)$ durch $\sin(\propto)$ aus

→ $3 * \sin(\propto) - 4sin^3(\propto)$

3. Beweisen Sie: In einem Dreieck haben die Seiten die Länge a=6, b=5 und c=4; dann gilt: $\propto = 2\gamma$

1. Verwenden Sie den Kosinussatz
   - $a^2 = b^2 + c^2 - 2bc * \cos(\propto)$
   - $c^2 = a^2 + b^2 - 2ab * \cos(\gamma)$

2. Umstellen nach $\propto$ *und* γ
   - $\propto = \cos^{-1}\left[\frac{b^2+c^2-a^2}{2bc}\right]$
   - $\gamma = \cos^{-1}\left[\frac{a^2+b^2-c^2}{2ab}\right]$

3. Einsetzen und Ausrechnen
   - $\propto = \cos^{-1}\left[\frac{5^2+4^2-6^2}{2*5*4}\right] = 82{,}82°$
   - $\gamma = \cos^{-1}\left[\frac{a^2+5^2-4^2}{2*6*5}\right] = 41{,}41°$

→ $82{,}82° = 2 * 41{,}41° \rightarrow \propto = 2\gamma$

4. Leiten Sie mit Hilfe des Additionstheorems $\cos(\propto+\beta)=\cos(\alpha)*\cos(\beta)-\sin(\alpha)*\sin(\beta)$ die Gültigkeit der Beziehung

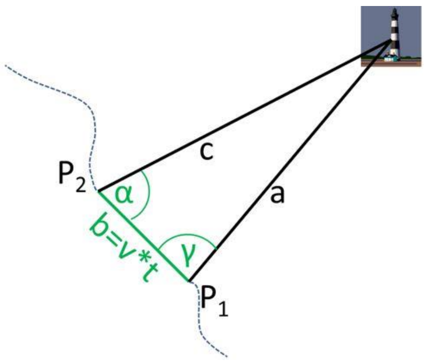
$$\cos(2\propto)=2*cos^2(\propto)-1$$

her!

➔ $\cos(\propto+\beta)=\cos(\alpha)*\cos(\beta)-\sin(\alpha)*\sin(\beta)$
➔ $\propto=\beta$
➔ $\cos(\propto+\propto)=\cos(\alpha)*\cos(\propto)-\sin(\alpha)*\sin(\propto)$
➔ $\cos(2\propto)=\cos^2(\alpha)-\sin^2(\alpha)$
➔ Additionstheorem: $\sin^2(\alpha)=\frac{1}{2}[1-\cos(2\propto)]$
➔ $\cos(2\propto)=\cos^2(\alpha)-\frac{1}{2}[1-\cos(2\propto)]=\cos^2(\alpha)-\frac{1}{2}+\frac{1}{2}\cos(2\propto)$
➔ $\frac{1}{2}\cos(2\propto)=\cos^2(\alpha)-\frac{1}{2} \qquad |*2$

➔ $\cos(2\propto)=2*cos^2(\propto)-1$

5. Berechnen Sie die Entfernung P_1->Turm und P_2->Turm. Die Abbildung zeigt, dass an zwei Positionen (P_1, P_2) die Sichtwinkel (α, γ) relativ zur Fahrtrichtung ermittelt wurden (Grün in der Abbildung). Die Seitenlänge b ergibt sich aus der Geschwindigkeit v und dem zeitlichen Abstand t der Messungen.
Ein Dreieck wird aus P_1, P_2 und dem angepeilten Punkt (Leuchtturm) gebildet. Von diesem allgemeinen Dreieck sind der Winkel α und die Seite b = v * t bekannt.



1. Den fehlenden Winkel β berechnen
   $$\beta=180-\alpha-\gamma$$
   da die Winkelsumme im Dreieck 180°beträgt
2. Sinussatz für die Seite a anwenden:
   $$a=\sin(\propto)\frac{b}{\sin(\beta)}$$
3. Sinussatz für die Seite c anwenden:
   $$c=\sin(\gamma)\frac{a}{\sin(\propto)}$$