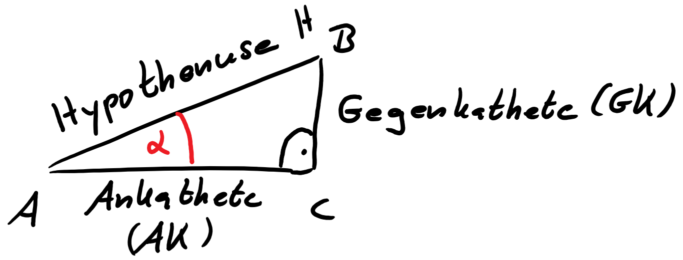
Trigonometrische Funktionen

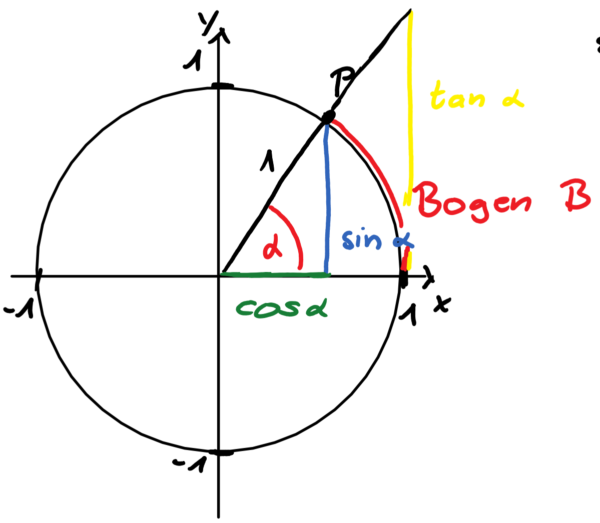
Freitag, 20. September 2019

Grundbegriffe, Sinus und Kosinus am Einheitskreis, Sinus-, Kosinus- und Tangensfunktion, besondere Werte und Graphen



$\sin\alpha = \frac{GK}{H} = \frac{\overline{BC}}{\overline{AB}}$ $\qquad \cos\alpha = \frac{AK}{H} = \frac{\overline{AC}}{\overline{AB}}$ $\qquad \tan\alpha = \frac{GK}{AK} = \frac{\overline{BC}}{\overline{AC}}$

Einheitskreis (Kreis mit Radius r = 1):



$\sin\alpha = \frac{GK}{H} \overset{H=1}{=} GK$

$\cos\alpha = \frac{AK}{H} \overset{H=1}{=} AK$

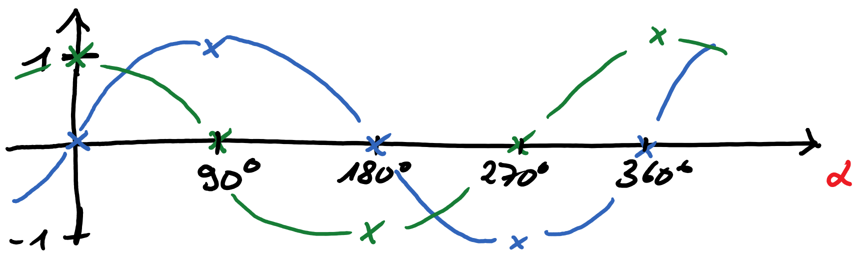
$U_K = 2r\cdot\pi$

$U_{Einheitskreis} = 2\pi$

Sinusfunktion: $f(x) = \sin x$ $\qquad$ 360°- periodisch

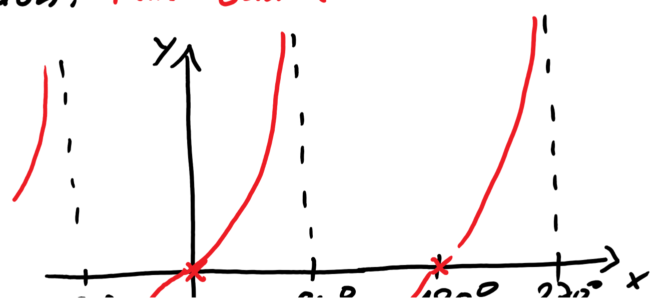
Kosinusfunktion:

$f(x) = \cos x$

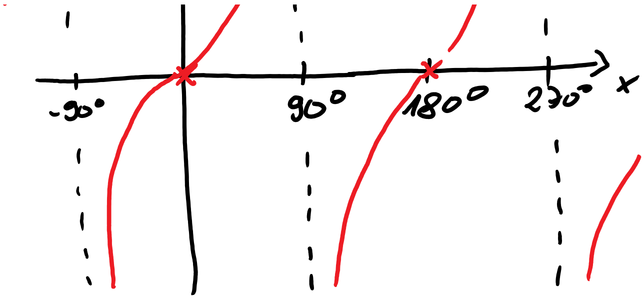


Tangensfunktion: $f(x) = \tan x$

$\tan x = \frac{GK}{AK} = \frac{\frac{GK}{H}}{\frac{AK}{H}} = \frac{\sin\alpha}{\cos\alpha}$



$\tan x = \frac{\sin x}{\cos x}$

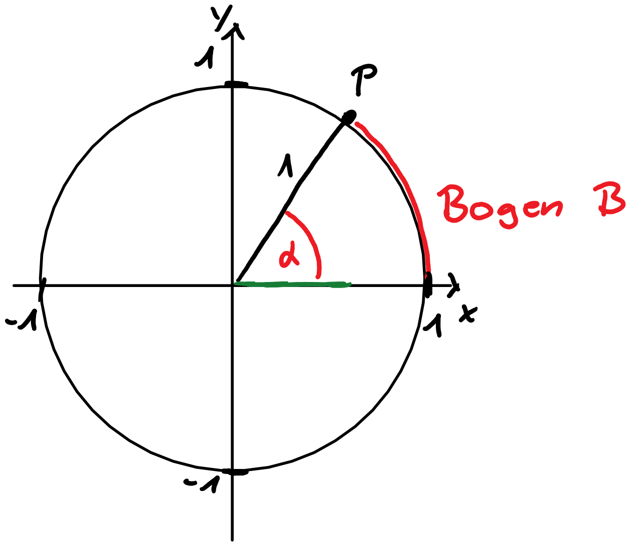


cos x

180° - periodisch

Bogenmaß

Freitag, 20. September 2019



$U_{Einheitskreis} = 2\pi$

$360° \mathrel{\hat{=}} 2\pi$

$1° \mathrel{\hat{=}} \frac{2\pi}{360°}$

$x° = \frac{2\pi}{360°} \cdot x$

Bogenlänge: $B = \frac{\alpha}{360°} \cdot 2\pi$

$$\boxed{B = \frac{\alpha \cdot \pi}{180°}}$$

Umrechnungsformel

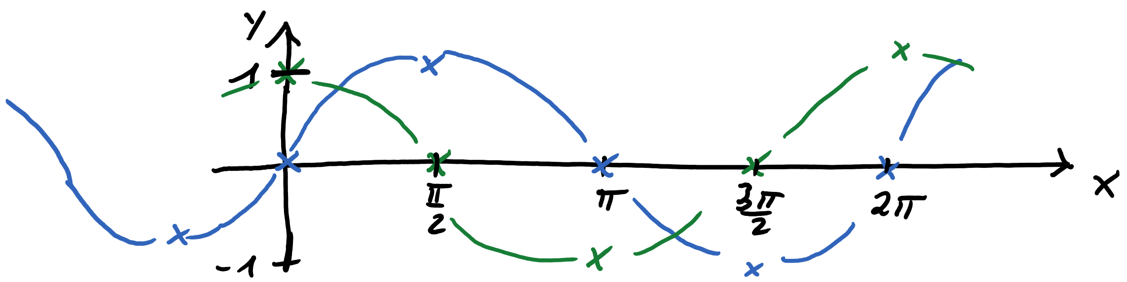
Gradmaß → Bogenmaß

Wichtige Winkel:

Gradmaß	0°	30°	45°	60°	90°	180°	360°
Bogenmaß	0	$\frac{\pi}{6}$	$\frac{\pi}{4}$	$\frac{\pi}{3}$	$\frac{\pi}{2}$	π	2π

Besondere Werte für Sinus, Kosinus, Tangens:

x	0	$\frac{\pi}{6}$	$\frac{\pi}{4}$	$\frac{\pi}{3}$	$\frac{\pi}{2}$	π	2π
sin x	0	$\frac{1}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	1	0	0
cos x	1	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{1}{2}$	0	-1	1
tan x	0	$\frac{1}{\sqrt{3}}$	1	$\sqrt{3}$	--	0	0



Wichtige trigonometrische Beziehungen

Freitag, 20. September 2019

$\sin(x + \frac{\pi}{2}) = \cos x$

$\sin(x + 2\pi) = \sin x$

$\cos(x + 2\pi) = \cos x$ „Periodizität"

$\tan(x + \pi) = \tan x$

$\cos(-x) = \cos x$ Achsensymmetrie

$\sin(-x) = -\sin x$ Punktsymmetrie

$\tan(-x) = -\tan x$

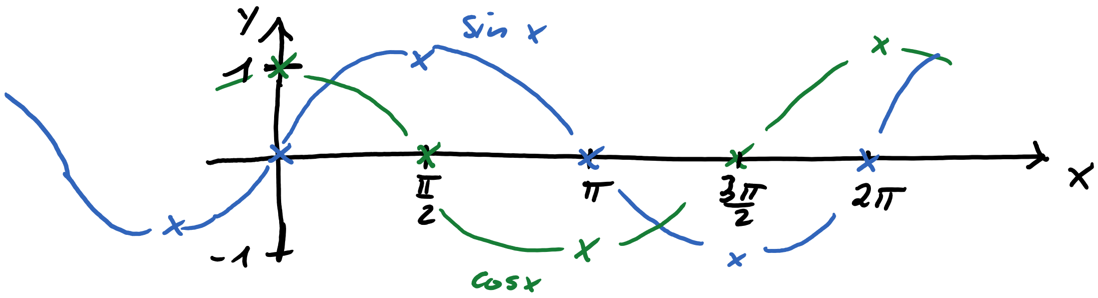
$\sin^2\alpha + \cos^2\alpha = 1$

„trigonometrischer Pythagoras"

$\tan x = \frac{\sin x}{\cos x}$

Nullstellen trigonometrischer Funktionen

Freitag, 20. September 2019



$\sin x = 0$

Nullstellen: $\ldots \quad N_1(\pi|0) \quad N_2(2\pi|0) \quad N_3(3\pi|0) \quad \ldots$

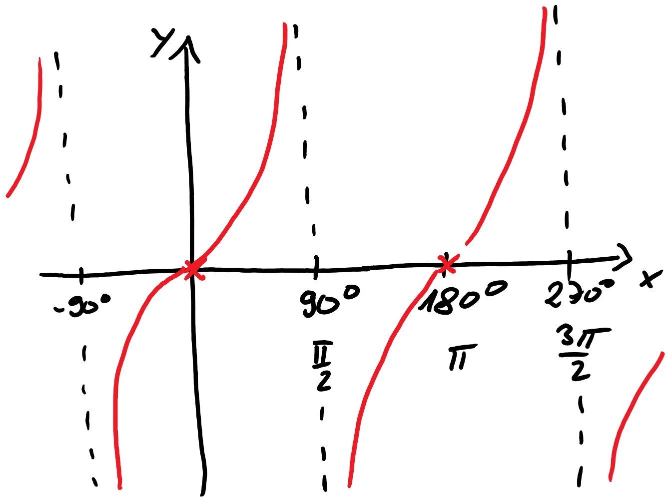
$$N(k\pi|0) \quad k \in \mathbb{Z}$$

$\cos x = 0$

Nullstellen: $\ldots \quad N_1(\frac{\pi}{2}|0) \quad N_2(\frac{3\pi}{2}|0) \quad N_3(\frac{5\pi}{2}|0) \quad \ldots$

$$N(k\pi - \tfrac{\pi}{2}|0) \quad k \in \mathbb{Z}$$

Tangensfunktion: $f(x) = \tan x$



$\tan x = 0$

$x_1 = \pi$

$x_2 = 2\pi$

$x_3 = 3\pi$

$\vdots$

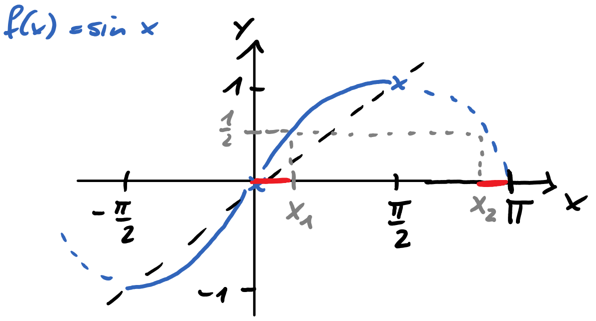
$N(k\pi|0) \quad k \in \mathbb{Z}$

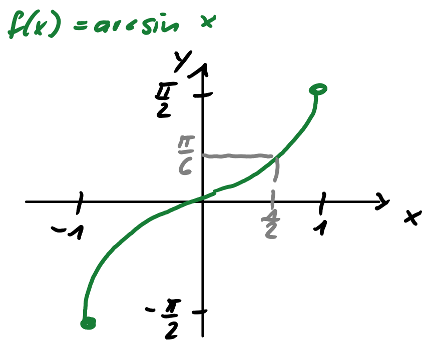
Herausforderung: Trigonometrische Gleichungen lösen, z.B.

$$\sin x = \frac{\sqrt{3}}{2} \longrightarrow x = \arcsin\left(\frac{\sqrt{3}}{2}\right) = \frac{\pi}{3} \text{ bzw. } 60°$$

$$\sin x = 0{,}1 \longrightarrow x = \arcsin(0{,}1)$$

Die Arkussinusfunktion $y = \arcsin x$ ist die Umkehrfunktion der Sinusfunktion $y = \sin x$.





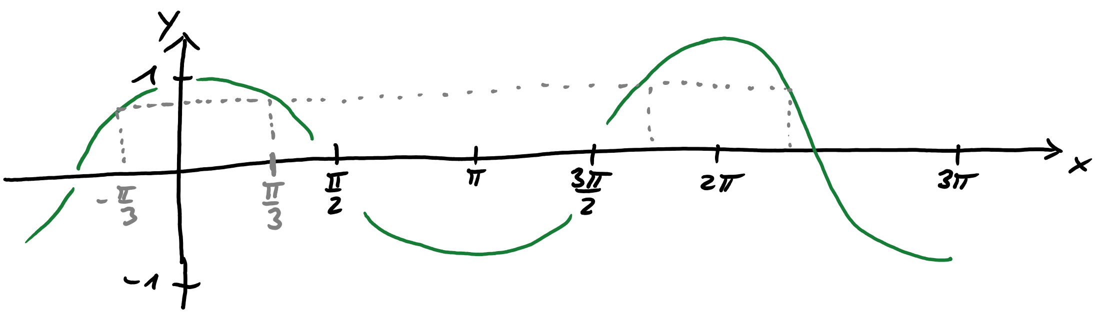
Beispiele: $\sin x = \frac{1}{2} \rightarrow x_1 = \arcsin \frac{1}{2} = \frac{\pi}{6} \approx 0{,}52 \triangleq 30°$

$x_2 = \frac{5\pi}{6}$ aus dem Graphen

$x_3 = \frac{\pi}{6} + 2\pi = 2\frac{1}{6}\pi$

$x_4 = \frac{5\pi}{6} + 2\pi = 2\frac{5}{6}\pi$

$\cos x = \frac{1}{2}$ (Bitte 6 verschiedene Lösungen!)



$x_1 = \arccos\left(\frac{1}{2}\right) = \frac{\pi}{3}$ $\qquad$ $x_2 = -\frac{\pi}{3}$

$x_3 = \frac{\pi}{3} + 2\pi = 2\frac{1}{3}\pi$ $\qquad$ $x_4 = -\frac{\pi}{3} + 2\pi = \frac{5}{3}\pi$

$x_5 = \frac{\pi}{3} + 4\pi = 4\frac{1}{3}\pi$ $\qquad$ $x_6 = -\frac{\pi}{3} + 4\pi = \frac{11}{3}\pi$

... $\qquad$ ...

Trigonometrischen Funktionen Übung

Freitag, 20. September 2019

1. Zeichnen Sie die Graphen der Funktionen $f(x) = \sin x$, $f(x) = \cos x$, und $f(x) = \tan |x|$ aus dem Stegreif.
2. Geben Sie die Lösungsmenge der folgende Gleichungen an:

a) $\sin(x) - \frac{1}{2} = 1$ $\sin x = \frac{3}{2}$ $\mathbb{L} = \{\ \}$

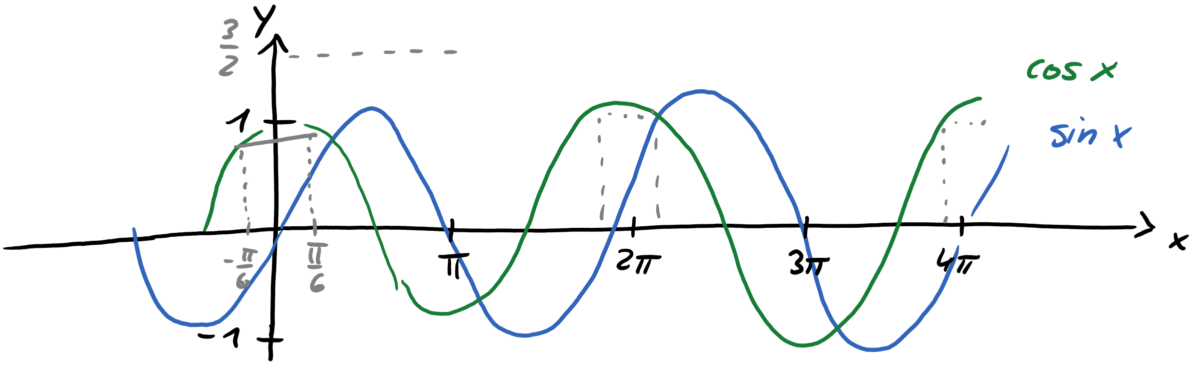
b) $\cos(x) = \frac{\sqrt{3}}{2}$

c) $\tan(x) = \sqrt{3}$

d) $\sin(x) = 2$ $\mathbb{L} = \{\ \}$

e) $\sin(x) = 0{,}1$ (Mit Taschenrechner die 1.Lösung bestimmen)

f) $\cos(x) = -0.25$ (Mit Taschenrechner die 1.Lösung bestimmen)



b) $\cos x = \frac{\sqrt{3}}{2}$ $x_1 = \frac{\pi}{6}$ bzw $30°$ $\mathbb{L} = \{x \mid x = 2k \pm \frac{\pi}{6} ;\ k \in \mathbb{Z}\}$

$x_2 = -\frac{\pi}{6}$

$x_3 = 2\pi + \frac{\pi}{6}$ usw.

$x_4 = 2\pi - \frac{\pi}{6}$

c) $\tan x = \sqrt{3}$

$x_1 = \frac{\pi}{3}$

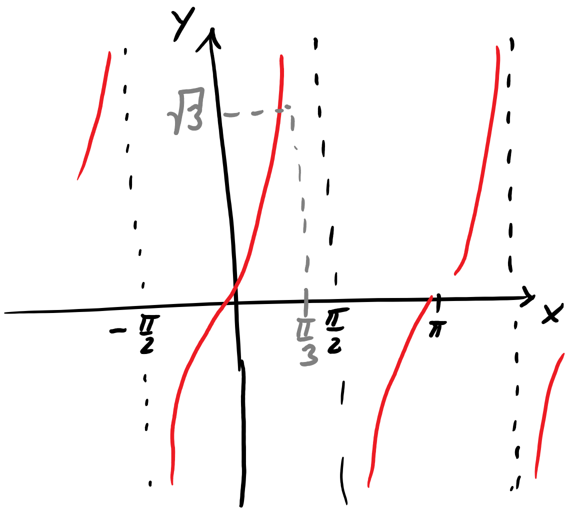
$x_2 = \frac{\pi}{3} + \pi$

$x_3 = \frac{\pi}{3} + 2\pi$

$\vdots$

$x_k = k\pi + \frac{\pi}{3}$ $k \in \mathbb{Z}$

$\mathbb{L} = \{x \mid x = k\pi + \frac{\pi}{3},\ k \in \mathbb{Z}\}$



Gebrochenrationale Funktionen

Montag, 23. September 2019

Definition (echt und unecht gebrochen-rationale Funktionen), Definitionslücken, Nullstellen, Polstellen

Grundkompetenz: Terme abschätzen

Beispiele: $\frac{1}{x}$ = „sehr groß", wenn x „sehr klein"

$$\frac{x-1}{x^2+3} \longrightarrow 0, \text{ wenn } x \text{ sehr groß}$$

$$\frac{10x^2+5}{5x^2-2x+3} \longrightarrow 2, \text{ wenn } x \text{ sehr groß}$$

$$\frac{(x-3)(x-5)}{7x^2+1} \longrightarrow \frac{1}{7}, \text{ wenn } x \text{ sehr groß}$$

$$\frac{(\;+\;)(\;-\;)}{(\;+\;)(\;-\;)(\;+\;)} = +$$

Definition „gebrochenrationale Funktion":

$$f(x) = \frac{\text{„Polynom 1"}}{\text{„Polynom 2"}} = \frac{a_1 x^n + a_2 x^{n-1} + \dots a_{n-1} x + a_n}{b_1 x^m + a_2 x^{m-1} + \dots b_{m-1} x + b_m}$$

n: Grad des Polynoms im Zähler

m: Grad des Polynoms im Nenner

$n < m$: echt gebrochen-rationale Funktion

$n \geq m$: unecht gebrochen-rationale Funktion

Beispiele:

$$f(x) = \frac{x+1}{x^2-4x+4}$$

echt gebrochen-rational

$$f(x) = \frac{x^2-1}{x+1}$$

unecht gebrochen-rational

Nullstellen: „Zählerpolynom $= 0$"

Definitionslücken: „Nennerpolynom = 0“

Grenzwert einer Funktion

Montag, 23. September 2019

Schreibweisen

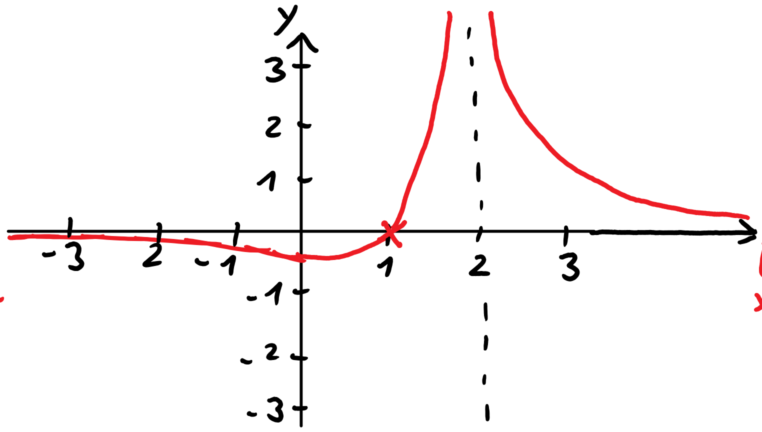
Beispiel: $f(x) = \dfrac{x-1}{x^2-4x+4} = \dfrac{x-1}{(x-2)^2}$

Nullstellen: $x - 1 = 0 \rightarrow x = 1 \qquad N(1|0)$

Definitionslücken: $(x-2)^2 = 0 \rightarrow x = 2 \qquad D = \mathbb{R} \setminus \{2\}$

Verhalten „im Unendlichen"

$\lim\limits_{x \to 2-} f(x) = +\infty \qquad \lim\limits_{x \to 2+} f(x) = +\infty$



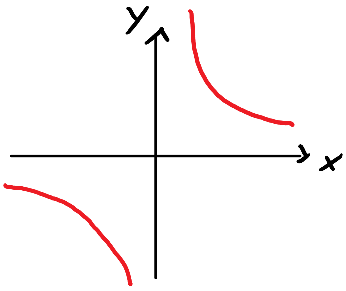
$\lim\limits_{x \to -\infty} f(x) = 0- \qquad \lim\limits_{x \to \infty} f(x) = +0$

Unstetigkeiten bei gebrochen-rationalen Funktionen und asymptotisches Verhalten im Unendlichen

Montag, 23. September 2019

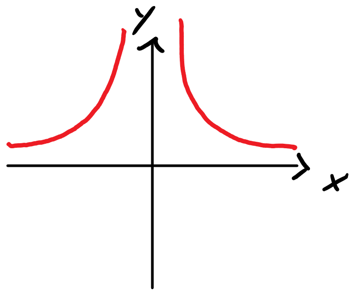
Beispiele: $f(x) = \frac{1}{x}$ $\quad D = \mathbb{R} \setminus \{0\}$

$f(x) = \frac{1}{|x|}$ $\quad D = \mathbb{R} \setminus \{0\}$



$x = 0$

Polstelle 1. Ordnung
(mit Vorzeichenwechsel)
→ einfache oder ungerade Nennernullstellen



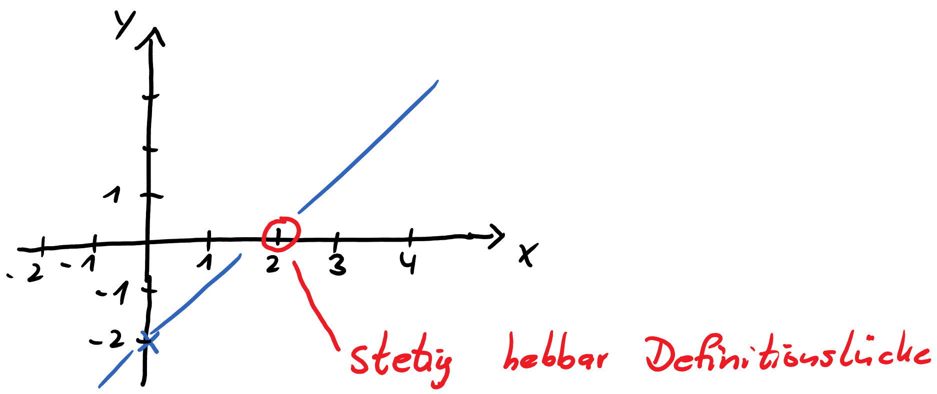
$f(x) = \frac{1}{x^2}$

Polstelle 2. Ordnung
(ohne Vorzeichenwechsel)
→ doppelte, vierfache, sechsfache Nennernullstelle

Weiterer Fall von Definitionslücken:

Stetig hebbare Definitionslücke

Beispiel: $f(x) = \frac{x^2 - 4x + 4}{x - 2} = \frac{(x-2)^2}{x-2} = x - 2$ $\qquad D = \mathbb{R} \setminus \{2\}$



Behebung der Definitionslücke:

$$f(x) = \begin{cases} x - 2, & \text{wenn } x \neq 2 \\ 0, & \text{wenn } x = 2 \end{cases}$$

Gebrochenrationale Funktionen Beispiele

Montag, 23. September 2019

Graphen gebrochen-rationaler Funktionen

$$f(x) = \frac{x}{x^2-4} = \frac{x}{(x-2)(x+2)}$$

Definitionsmenge: $x^2-4 = (x-2)(x+2)$ $\quad x_1 = -2;\ x_2 = 2$ $\quad D = \mathbb{R} \setminus \{-2; 2\}$

Nullstellen: $x = 0$ $\quad N(0|0)$

Symmetrie: $f(-x) = \frac{(-x)}{(-x)^2-4} = \frac{-x}{x^2-4} = -\frac{x}{x^2-4} = -f(x)$

$\rightarrow$ $f(x)$ ist punktsymmetrisch zum Koordinatenursprung

Verhalten im Unendlichen: $f(x) = \frac{x}{(x-2)^1(x+2)^1}$

$$\lim_{x \to \infty} f(x) = +0 \qquad \lim_{x \to -\infty} f(x) = -0$$

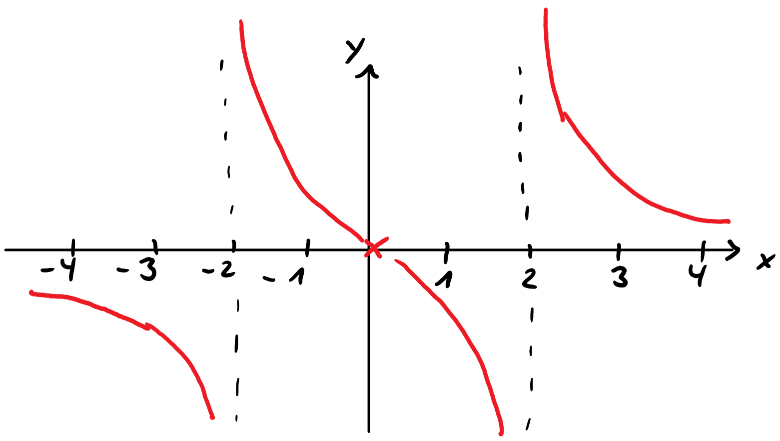
Verhalten in der Umgebung der Definitionslücken (bei $x=-2$ und $x=2$)

$$\lim_{x \to -2-} f(x) = \frac{\text{„Minuszahl" } -}{(\text{„Minuszahl" } -)(\text{„sehr kleine negative Zahl" } -)} = -\infty$$

$$\lim_{x \to -2+} f(x) = +\infty$$ (Polstelle 1. Ordnung)

$$\lim_{x \to 2-} f(x) = \frac{\text{„Pluszahl" } +}{(\text{„sehr kleine Minuszahl" } -)(\text{„Pluszahl" } +)} = -\infty$$

$$\lim_{x \to 2+} f(x) = +\infty$$



Beispiel: $f(x) = \frac{2x^3+2x^2-32x+40}{x^3+2x^2-13x+10} = \frac{2(x-2)\cancel{(x+2)}\cancel{(x+5)}}{(x-1)\cancel{(x-2)}\cancel{(x+5)}}$ (Polynomdivision)

Definitionsmenge: $D = \mathbb{R} \setminus \{-5; 1; 2\}$

$$f(x) = \frac{2(x-2)}{(x-1)^1}$$

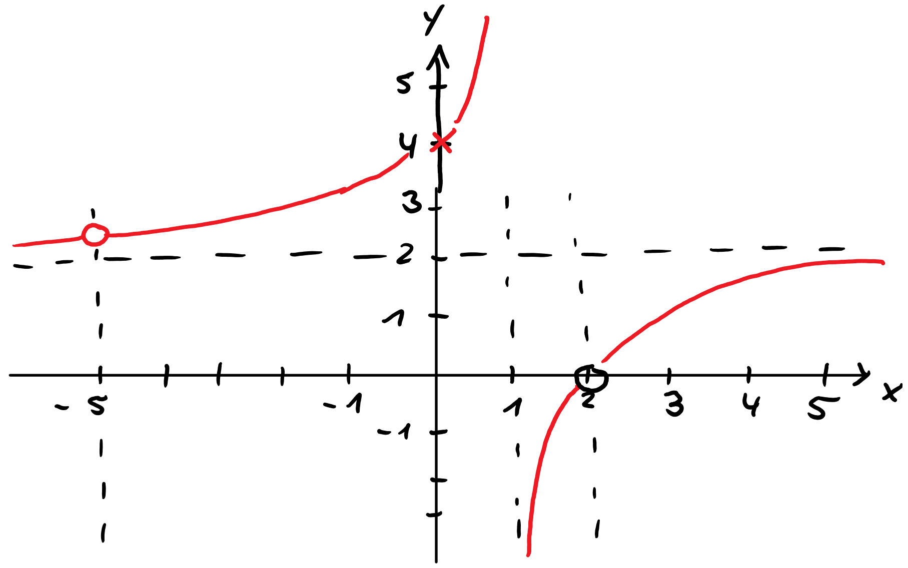
Nullstellen: $2(x-2)=0$ $\quad x=2 \quad$ keine Nullstelle!

Verhalten im Unendlichen: $\lim\limits_{x \to -\infty} f(x) = 2 \qquad \lim\limits_{x \to +\infty} f(x) = 2$

$f(0)=4$

$$\lim_{x \to 1-} f(x) = \frac{\text{„Minuszahl"}}{\text{„}-0\text{"}} = \infty$$

$$\lim_{x \to 1+} f(x) = -\infty$$ (Polstelle 1. Ordnung)



$$f(x) = \left\{ \begin{array}{ll} \frac{2(x-2)}{x-1} & \text{, wenn } x \neq -5 \text{ und } x \neq 2 \\ \frac{7}{3} & \text{, wenn } x = -5 \\ 0 & \text{, wenn } x = 2 \end{array} \right\} = \frac{2(x-2)}{x-1}$$

Exponentialfunktion

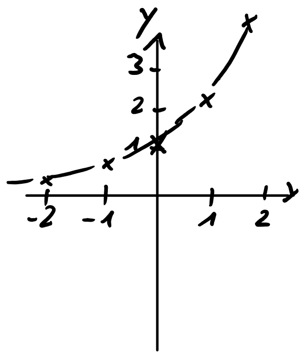
Montag, 23. September 2019

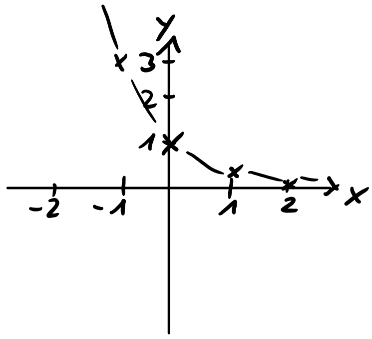
Definition, Eigenschaften, Graphen

$f(x) = a^x$ $\quad$ a: Basis $\quad$ $a > 0$

x: Exponent

Beispiel: $f(x) = 2^x$ $\qquad\qquad$ $f(x) = \left(\frac{1}{3}\right)^x$





Eigenschaften:

	$y = a^x$ $(a > 1)$	$y = a^x$ $(0 < a < 1)$
Definitionsbereich	$\mathbb{R}$	$\mathbb{R}$
Weitebereich	$\mathbb{R}^+$	$\mathbb{R}^+$
Montonie	streng monoton wachsend	streng monoton fallend
Grenzwerte	$\lim\limits_{x \to -\infty} f(x) = +0$	$\lim\limits_{x \to +\infty} f(x) = +0$

Exponentialfunktion - Abkling- und Wachstumsfunktionen

Montag, 23. September 2019

Definition, Eigenschaften, Graphen

Lineare Funktion

Fritz hat 10€ und spart jeden Tag 1€ dazu.

$G(t) = t + 10$ t: Tage

Graph: Gerade

Exponentielle Wachstumsfunktion

Fritz hat 1000€ auf seinem Konto zu 5% p.a. verzinst.

$G(t) = ?$ t: Jahre

$t = 0$: 1000€

$t = 1$ Jahr: $1000€ \cdot 1{,}05$

Zinsfaktor

$t = 2$ Jahre: $\boxed{1000€ \cdot 1{,}05} \cdot 1{,}05$

$1000€ \cdot 1{,}05^2$

$t = 3$ Jahre: $1000€ \cdot 1{,}05 \cdot 1{,}05 \cdot 1{,}05$

$1000€ \cdot 1{,}05^3$

$t = n$ Jahre: $1000€ \cdot 1{,}05^n$

$G(t) = 1000€ \cdot 1{,}05^t$ t: Anzahl Jahre

exponentielle Wachstumsfunktion:

$y(t) = y_0 \cdot a^t$ $a > 1$; $t \geq 0$

y_0: Anfangsbestand

a: Wachstumsfaktor

$a > 1$: exponentielles Wachstum

$a < 1$: exponentielles Abklingen

Logarithmusfunktion

Montag, 23. September 2019

Definition, Eigenschaften, Graphen

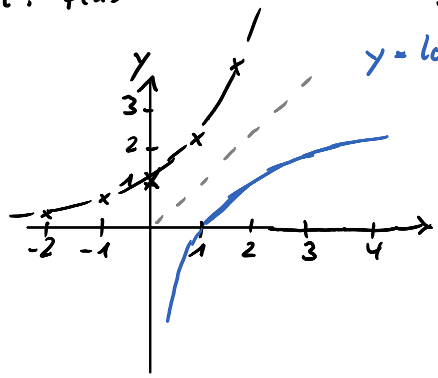
$y = a^x \rightarrow x = \log_a y$

$\boxed{y = \log_a x}$

Die Logarithmusfunktion ist die Umkehrfunktion der Exponentialfunktion.

Beispiel: $f(x) = 2^x$ $\quad x = \log_2 y$

$y = \log_2 x$



Eigenschaften der Logarithmusfunktion:

	$y = a^x$	$y = \log_a x$
Definitionsbereich	$\mathbb{R}$	$\mathbb{R}^+$
Wertebereich	$\mathbb{R}^+$	$\mathbb{R}$
Nullstellen	keine	$x = 1$
		$\lim_{x \to 0+} f(x) = -\infty$

Spezielle Logarithmen: $\log_2 x = \operatorname{lb} x$

$\log_{10} x = \lg x$

$\log_e x = \ln x \qquad$ e: „Eulerzahl"

Spezielle Rechenregeln: (1) $a^{\log_a x} = x$

(2) $\log_a a^x = x$

(3) $\log f(x) = \log g(x) \leftrightarrow f(x) = g(x)$

Beispiel: $G(t) = 1000 \cdot 1{,}05^t$

Nach welcher Zeit gilt $G(t) = 1200$?

$1200 = 1000 \cdot 1{,}05^t \quad |:1000$

$1{,}2 = 1{,}05^t$

$t = \log_{1{,}05} 1{,}2 = \dfrac{\log 1{,}2}{\log 1{,}05} = \underline{3{,}74}$

Übungsaufgaben zu Exponential- und Logarithmusfunktionen

Montag, 23. September 2019

Beispiel 1: Eine Bakterienkultur besteht aus 10 Individuen. Sie verdoppeln sich alle 20 Minuten. Wie sähe die Funktion N(t) aus, die die Anzahl der Bakterien beschreibt? Wie viele Bakterien hat man nach 3,5 Std.? Nach welcher Zeit liegen 500 Individuen vor?

$t=0;\ N_0=10$

$t=20min:\quad N(t=20min)=10\cdot 2^1$

$t=40min:\quad N(t=40min)=10\cdot 2\cdot 2=10\cdot 2^2$

$t=60min:\quad N(t=60min)=10\cdot 2\cdot 2\cdot 2=10\cdot 2^3$

$N(t)=10\cdot 2^{\frac{t}{20}}$ t in Minuten

$N(t)=10\cdot 2^{\frac{t}{\frac{1}{3}}}$

$=10\cdot 2^{3t}$

$N(t)=10\cdot 8^t$ t in Stunden

Basiswechsel

$2^{3\cdot t}=(2^3)^t$

$N(t=3{,}5h)=10\cdot 8^{3{,}5}\approx \underline{14500}$

Exakterweise: Nach 3,5 h fanden 10 Teilungen statt, daher:

$N=10\cdot 2^{10}=\underline{10240}$

$500=10\cdot 8^t \quad |:10$

$50=8^t$

$t=\log_8 50\approx \underline{1{,}88\,h}$

Beispiel 2: Sie haben 1000€ auf dem Konto und erhalten 3% Zinsen pro Jahr. Welche Funktion beschreibt ihr Geldvolumen in Abhängigkeit von der Zeit? Wie lange dauert es, bis sich ihr Geld verdoppelt hat?

Beispiel 3: Der Schaum auf ihrem Bier ist 10 cm hoch. Pro Minute halbiert sich die Höhe. Welche Funktion beschreibt die Höhe des Schaums als Funktion der Zeit? Wie hoch ist der Schaum nach 3 Min 15 Sek? Nach welcher Zeit ist der Schaum noch 1 cm hoch?

$h(t)=10\cdot\left(\frac{1}{2}\right)^t$ t in Min.

$h(t=3{,}25)=10\cdot\left(\frac{1}{2}\right)^{3{,}25}=\underline{1{,}05}$ [cm]

$1=10\cdot\left(\frac{1}{2}\right)^t \quad |:10$

$\frac{1}{10}=\left(\frac{1}{2}\right)^t$

$t=\log_{\frac{1}{2}}\frac{1}{10}=\frac{\log\frac{1}{10}}{\log\frac{1}{2}}\approx \underline{3{,}3}$ [min]

Exponentialfunktion Übungen

Montag, 23. September 2019

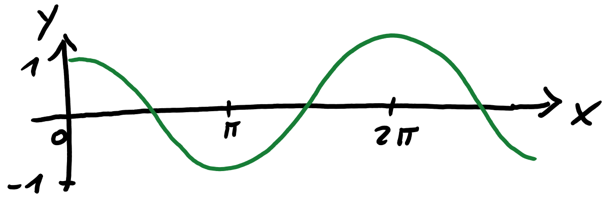
1. Ein Körper besitzt zur Zeit $t=0$ die Temperatur $T_0=30°C$ und wird dann durch einen Luftstrom der konstanten Temperatur $T_L=20°C$ gekühlt, wobei
   $T(t) = (T_0 - T_L) \cdot e^{kt} + T_L;\ t \geq 0$
   gilt.
   a) Nach $5\ \text{min}$ beträgt die Körpertemperatur $28°C$. Bestimmen Sie aus diesem Messwert die Konstante k.
   b) Welche Temperatur besitzt der Körper nach $60\ \text{min}$.
   c) Wann ist der Abkühlungsprozess beendet, welche Temperatur T_E besitzt dann der Körper? Skizzieren Sie den Temperaturverlauf.

2. Fritzl hat jetzt 1200 € auf seinem Konto, nachdem er anfangs 1000 € zu einem Zinssatz von 5% angelegt hatte. Wie lange lag das Geld auf dem Konto?

Exponential- und Logarithmusgleichungen

Montag, 23. September 2019

Beispiele:



$\log_e x = \ln x$

1. $\ln e^{\cos x} = 1$

$\cos x = 1$

$x_1 = 0$, $x_2 = 2\pi$, $x_3 = 4\pi$, ...

$x_k = 2k \cdot \pi \quad k \in \mathbb{Z}$

2. $\lg(4x - 5) = 1{,}5$

$10^{\log_{10}(4x-5)} = 10^{1,5}$

$10^{1,5} = 10^{1+\frac{1}{2}} = 10 \cdot 10^{\frac{1}{2}} = 10\sqrt{10}$

$4x - 5 = 10^{1,5} \quad | +5$

$4x = 10\sqrt{10} + 5$

$x = \frac{10\sqrt{10} + 5}{4}$

3. $\ln(x^2 - 1) = \ln x + 1$

$e^{\ln(x^2-1)} = e^{(\ln x + 1)} = e^{\ln x} \cdot e^1$

$x^2 - 1 = x \cdot e \quad | - e \cdot x$

$x^2 - e \cdot x - 1 = 0$

$x_{1/2} = \frac{e \pm \sqrt{e^2 + 4}}{2} = \ldots$

4. $e^{x^2 - 2x} = 2 \quad | \ln$

$\ln(e^{x^2-2x}) = \ln 2$

$x^2 - 2x = \ln 2 \quad | - \ln 2$

$x^2 - 2x - \ln 2 = 0 \quad x_{1/2} = \ldots$

1. $\ln \sqrt{x} + 1{,}5 \cdot \ln x = \ln(2x)$

$D = \mathbb{R}^+$

$e^{\ln\sqrt{x} + 1,5 \cdot \ln x} = e^{\ln(2x)}$

$a^{x+y} = a^x \cdot a^y$

$n \cdot \log x = \log x^n$

$e^{\ln\sqrt{x}} \cdot e^{1,5 \cdot \ln x} = 2x$

$\sqrt{x} \cdot e^{\ln x^{1,5}} = 2x$

$x^{0,5} \cdot x^{1,5} = 2x$

$x^2 = 2x \quad |: x \quad (x \neq 0)$

$\underline{x = 2}$

alternativ: $\ln x^{\frac{1}{2}} + 1{,}5 \ln x = \ln 2x$

$\frac{1}{2} \ln x + 1{,}5 \ln = \ln 2x$

$2 \ln x = \ln 2x = \ln 2 + \ln x \quad | - \ln x$

$\ln x = \ln 2$

$\underline{x = 2}$

$\log_{10}(x-2) + \log_{10}(x+2) = 1$

$D = \mathbb{R} \setminus]-\infty; 2]$

$\log a + \log b = \log a \cdot b$

$\log_{10}[(x-2)(x+2)] = 1$

$\log_{10}(x^2-4) = 1$

$10^{\log_{10}(x^2-4)} = 10^1$

$x^2 - 4 = 10$

$x^2 = 14$

$\underline{x = \overset{+}{(-)}\sqrt{14}}$

Potenzfunktionen und Wurzelfunktionen

Montag, 23. September 2019

Definition, Eigenschaften, Graphen

Potenzfunktion: $f(x) = x^n \quad (n \in \mathbb{Z})$

Wurzelfunktion: $f(x) = x^{\frac{m}{n}} = \sqrt[n]{x^m} \qquad x \geq 0$

Wurzelfunktionen Übungsaufgaben

Montag, 23. September 2019

Für welche $x \in IR$ nehmen diese Wurzelfunktionen reelle Werte an?

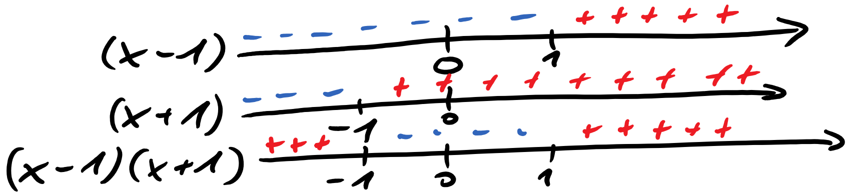
a) $f(x) = \sqrt{2-x}$

b) $f(x) = \sqrt{x^2 - 1}$

c) $f(x) = \sqrt{(1-x)(x+2)}$

(a) $2 - x \geq 0$

$x \leq 2$ $\quad$ $x \in \,]-\infty; 2]$



(b) $x^2 - 1 \geq 0$

$(x-1)(x+1) \geq 0$

$x \in \,]-\infty; -1] \cup [1; \infty[\,= \mathbb{R} \setminus \,]-1; 1[$

(c) siehe (b)