

Terme

Donnerstag, 12. September 2019

Was sind Terme und welche Regeln gelten dabei?

Klammern vor Potenzierung vor Punkt vor Strich

$$T(x) = ax^2 + bx + c \quad \text{Term}$$

Variable Exponent

$$T(x) = 2x + 3$$

Koeffizient

$$\frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

Beispiel: $22 - (2x + 1)^2 - 2 \cdot 3 =$
 $22 - (4x^2 + 4x + 1) - 6 =$
 $22 - 4x^2 - 4x - 1 - 6 =$
 $-4x^2 - 4x + 15$

Termumformungen 1 - Zusammenfassen von Termen

Donnerstag, 12. September 2019

Werden bei Termen verschiedene Teile addiert oder subtrahiert, dann können gleichartige Terme zusammengefasst werden.

$$T(x) = \underline{4} + \underline{x} + \underline{x^2} + \underline{2x} + \underline{5x^2} + \underline{8} = 6x^2 + 3x + 12$$

$$T(x) = \underline{4x} + 2 \cdot \underline{\sin(x)} + \underline{3x} + 5 \cdot \underline{\sin(x)} = 4x + 7\sin(x)$$

$$\begin{aligned} T(x, y, z) &= \underline{2xyz} - \underline{4xy^2} + 3x^2yz + \underline{4xyz} - \underline{4xy^2} + 2xy^2z \\ &\quad + 2 \cdot \sin(x) + 3 \cdot \sin(y) \\ &= 6xyz - 8xy^2 + 3x^2yz + 2xy^2z + 2\sin(x) + 3\sin(y) \end{aligned}$$

Rechenregeln:

Kommutativgesetz: $a+b = b+a$ $a \cdot b = b \cdot a$

Assoziativgesetz: $(a+b)+c = a+(b+c)$

$$(a \cdot b) \cdot c = a \cdot (b \cdot c)$$

Beispiel:

$$[(x-1)(x-2)](x-3) = (x-1)[(x-3)(x-2)]$$

Termumformungen 2 - Ausmultiplizieren

Donnerstag, 12. September 2019

Lernziele: Klammern mit Zahlen oder Variablen multiplizieren, Klammern miteinander multiplizieren

$$T(x) = 5 \cdot (x - 2) = 5x - 10$$

Distributivgesetz : $a \cdot (b + c) = ab + ac$



$$T(x) = 2 \cdot (5x + 4) - 3 \cdot (x^2 + 2x)$$

$$= 10x + 8 - (3x^2 + 6x)$$

$$= 10x + 8 - 3x^2 - 6x =$$

$$= -3x^2 + 4x + 8$$

Ausmultiplizieren Übungsaufgaben

Donnerstag, 12. September 2019

Multiplizieren Sie die Terme aus

$$(a) (3a + b)(4 - a) = (3a + b) \cdot 4 - (3a + b) \cdot a = (12a + 4b) - (3a^2 + ab)$$

$$(b) [(2 + a)(b - a)](b + 1) = (2b - 2a + ab - a^2)(b + 1) = 12a + 4b - 3a^2 - ab$$
$$= 2b^2 - 2ab + ab^2 - a^2b + 2b - 2a + ab - a^2 = \dots$$

$$(c) (5x - 3y)(3x - 5y) = 15x^2 - 25xy - 9xy + 15y^2 = 15x^2 - 34xy + 15y^2$$

$$(d) (5y + 2y^2)(2y^2 - 5y) = \cancel{10y^3} - 25y^2 + 4y^4 - \cancel{10y^3} = -25y^2 + 4y^2 \cdot y^2$$
$$= y^2 \cdot (-25 + 4y^2)$$

$$(e) (a - 2b)(2b - a)(a + 2b)(2b + a)$$

$$= y^2 \cdot (4y^2 - 25)$$

Termumformungen 3 - Ausklammern

Donnerstag, 12. September 2019

$$T(x) = 2x - 4 = \textcircled{2}x - \textcircled{2} \cdot 2 = 2 \cdot (x - 2)$$

$$5x^2 + 10x + 20 = 5 \cdot (x^2 + 2x + 4)$$

$$2x \cdot \sin(x) + 7 \cdot \sin(x) = \sin(x) \cdot (2x + 7)$$

Übungsaufgaben Ausklammern

Donnerstag, 12. September 2019

Klammern Sie jeweils den angegebenen Term T aus.

~~(a)~~ $\frac{1}{16} x^2 - \frac{1}{8} x + \frac{1}{4}; \quad T = \frac{1}{4}$

(a) $\frac{1}{4} \cdot \left(\frac{1}{4} x^2 - \frac{1}{2} x + 1 \right)$

(b) $\frac{1}{16} x^2 - \frac{1}{8} x + \frac{1}{4}; \quad T = \frac{1}{16}$

(b) $\frac{1}{16} \cdot (x^2 - 2x + 4)$

~~(c)~~ $x^3 - 3x + 9; \quad T = 27$

(d) $bx^3 - b^2x - b; \quad T = b$

(d) $b(x^3 - bx - 1)$

(e) $x + ax + y + ay; \quad T = x + y$

(e) $x + y + ax + ay = \underline{(x+y)} + a \underline{(x+y)} = (x+y) \cdot (1+a)$

(f) $-2x^3 - 4x^2 + 10x; \quad T = -2x$

(f) $-2x(x^2 + 2x - 5)$

Termumformungen 4 - Binome

Donnerstag, 12. September 2019

Lernziel: Binomische Formeln kennen und anwenden können, Rechnen mit Binomen höherer Ordnung

$$\text{I } (a+b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$$

$$\text{II } (a-b)^2 = a^2 - 2ab + b^2$$

$$\text{III } (a+b)(a-b) = a^2 - b^2$$

Beispiel 1: $(5x + 7y)^2 = 25x^2 + 70xy + 49y^2$ $2 \cdot 5x \cdot 7y$

Beispiel 2: $4x^2 + 12xy + 9y^2 = (2x + 3y)^2$

Beispiel 3: $x^2 - 4x + 4 = (x - 2)^2$
 $x^2 - 3x + 4 =$

Beispiel 4:

$$36x^2 - 25$$

$$= (6x + 5)(6x - 5)$$

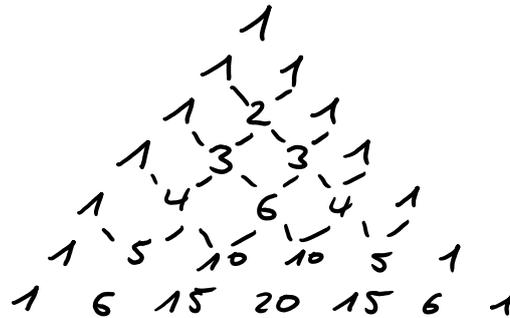
Beispiel 5:

$$29x^2 - 25$$

$$= (\sqrt{29}x + 5)(\sqrt{29}x - 5)$$

$$(a+b)^n \quad (a-b)^n$$

Pascalsches Dreieck



- n = 0
- n = 1
- n = 2
- n = 3
- n = 4
- n = 5

$$(a+b)^2 = 1a^2 + 2ab + 1b^2$$

$$(a+b)^3 = 1a^3 + 3a^2b + 3ab^2 + 1b^3$$

$$(a+b)^4 = 1a^4b^0 + 4a^3b^1 + 6a^2b^2 + 4a^1b^3 + 1a^0b^4$$

$$(a-b)^2 = +1a^2 - 2ab + b^2$$

$$(a-b)^3 = +1a^3 - 3a^2b + 3ab^2 - 1b^3$$

$$(a-b)^4 = +1a^4 - 4a^3b + 6a^2b^2 - 4ab^3 + 1b^4$$

Übungsaufgaben zu den Binomischen Formeln

Donnerstag, 12. September 2019

Verwenden Sie binomische Formeln.

$$(a) \quad 121b^2 + 25a^2 - 110ab = 25a^2 - 110ab + 121b^2 = (5a - 11b)^2$$

$$(b) \quad 9x^2 + 24xy + 16y^2 = (3x + 4y)^2$$

$$(c) \quad 27x^3 - 27x^2 + 9x - 1 = (3x - 1)^3$$

$$(a-b)^3 = a^3 - 3a^2b + 3ab^2 - b^3$$

$$(d) \quad 72x^2y^4 - 96x^3y^3 + 32x^4y^2 = 8x^2y^2 \cdot (9y^2 - 12xy + 4x^2) = 8x^2y^2 \cdot (3y - 2x)^2$$

Übungsaufgaben zu den Binomen 1

Donnerstag, 12. September 2019

Multiplizieren Sie die Terme aus und benutzen Sie (wenn möglich) die binomischen Formeln.

(f) $7(a-b)^2 + 3(b-a)^2 = 10(a-b)^2 = 10(a^2 - 2ab + b^2) = 10a^2 - 20ab + 10b^2$ $(b-a)^2 = [-(a-b)]^2 = (a-b)^2$

(g) $7(a-b)^3 + 3(b-a)^3 = 7(a-b)^3 - 3(a-b)^3 = 4(a-b)^3 = 4(a^3 - 3a^2b + 3ab^2 - b^3)$ $(b-a)^3 = [-(a-b)]^3 = -(a-b)^3$

(h) $(x-1)^5(x+1)^3 = (x-1)^2 \cdot [(x-1)(x+1)]^3 = (x-1)^2 \cdot [x^2-1]^3$
 $= (x^2-2x+1)(x^6-3x^4+3x^2-1) = \dots$

(i) $(a+b)^4 - (a-b)^2(-a-b)^2$

$$(a-b)^3 = a^3 - 3a^2b + 3ab^2 - b^3$$

$$\begin{aligned} (i) \quad & (a+b)^4 - (a-b)^2 [-(a+b)]^2 = \\ & (a+b)^4 - (a-b)^2 (a+b)^2 = (a+b)^2 \underline{(a+b)^2} - (a-b)^2 \underline{(a+b)^2} \\ & = (a+b)^2 [(a+b)^2 - (a-b)^2] \\ & = (a+b)^2 [a^2 + 2ab + b^2 - a^2 + 2ab - b^2] \\ & = 4ab(a+b)^2 = 4ab(a^2 + 2ab + b^2) = \\ & = 4a^3b + 8a^2b^2 + 4ab^3 \end{aligned}$$

Termumformungen 5 - Bruchterme

Donnerstag, 12. September 2019

Lernziele: Bruchterme kürzen, erweitern, auf einen Hauptnenner bringen, zusammenfassen

Beispiel 1: $\frac{7}{18} + \frac{20}{108} =$

$$\frac{7}{18} + \frac{5}{27} = \frac{7 \cdot 3}{54} + \frac{5 \cdot 2}{54} = \frac{21}{54} + \frac{10}{54} = \frac{31}{54}$$

Kleinstes gemeinsames Vielfaches (kgV)
durch Primfaktorzerlegung:

$$18 = 2 \cdot 3 \cdot 3$$

$$27 = 3 \cdot 3 \cdot 3$$

$$\text{Hauptnenner: } 2^1 \cdot 3^3 = \textcircled{54}$$

Beispiel 2: $\frac{1}{150} + \frac{1}{60} = \frac{1 \cdot 2}{150 \cdot 2} + \frac{1 \cdot 5}{60 \cdot 5} = \frac{7}{300}$

Primfaktorzerlegung: $150 = 2 \cdot 3 \cdot 5 \cdot 5$

$$60 = 2 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 5$$

$$\text{HN: } 2^2 \cdot 3^1 \cdot 5^2 = 300$$

Bruchterm: $\frac{1}{x(x-1)^2} + \frac{1}{x^2 \cdot (x-1)} = \frac{1 \cdot x}{x^2(x-1)^2} + \frac{1 \cdot (x-1)}{x^2 \cdot (x-1)^2} = \frac{x + (x-1)}{x^2 \cdot (x-1)^2} =$

Primfaktorzerlegung: $x(x-1)^2 = x \cdot (x-1)(x-1)$

$$x^2 \cdot (x-1) = x \cdot x \cdot (x-1)$$

$$\text{HN: } x^2 \cdot (x-1)^2$$

$$= \frac{2x-1}{x^2(x-1)^2}$$

Übungsaufgaben zu Bruchtermen 1

Donnerstag, 12. September 2019

Fassen Sie die Terme zu einem Bruch zusammen. Den Zähler sollten Sie ausmultiplizieren und zusammenfassen, den Nenner nicht unbedingt.

i.)

$$\frac{1}{5a} + \frac{4}{a^2} = \frac{1 \cdot a + 4 \cdot 5}{5a^2} = \frac{a+20}{5a^2}$$

ii.)

$$\frac{a^2+1}{2a^2} - \frac{a+1}{3a} = \frac{+3(a^2+1) - 2a(a+1)}{6a^2} = \frac{+3a^2+3-2a^2-2a}{6a^2} = \frac{a^2-2a+3}{6a^2} = \frac{1}{6} - \frac{1}{3a} + \frac{1}{2a^2}$$

iii.)

$$\frac{2}{3x^2} - \frac{4}{2x^4} + \frac{5}{6x} = \frac{2 \cdot 2x^2}{6x^4} - \frac{4 \cdot 3}{6x^4} + \frac{5 \cdot x^3}{6x^4} = \frac{4x^2 - 12 + 5x^3}{6x^4}$$

iv.)

$$\frac{2x-3}{x^2(x+1)} - \frac{3-4x}{x(x+1)^2} = \frac{(2x-3) \cdot (x+1) - (3-4x) \cdot x}{x^2 \cdot (x+1)^2} = \frac{2x^2+2x-3x-3-3x+4x^2}{x^2 \cdot (x+1)^2}$$

v.)

$$\frac{4(x-1)}{x(2x-3)} - \frac{4x^3-2x^2}{2x^2-x-3} + \frac{2x}{1} + \frac{1}{x}$$

$$HN: x(2x-3)(2x^2-x-3)$$

$$= \frac{6x^2-4x-3}{x^2 \cdot (x+1)^2}$$

Übungsaufgaben zu Bruchtermen 1 (Fortsetzung)

Donnerstag, 12. September 2019

Fassen Sie zu einem Bruchterm zusammen:

$$\frac{4(x-1)}{x(2x-3)} + 2x - \frac{1}{x}$$

Übungsaufgaben zu Bruchtermen 2

Donnerstag, 12. September 2019

| Vereinfachen Sie die Ausdrücke so weit wie möglich:

i.)

$$\frac{144x^3y^4z}{\frac{256x^2y^5}{84z^3}} = 144x^3 \cdot y^4 z \cdot \frac{84z^3}{256x^2y^5} = x \cdot \frac{42z^4}{1y}$$
$$= 42 \frac{xz^4}{y}$$

ii.)

$$\left(\frac{24a^2y}{63b^2x^2} : \frac{36ay^2}{50bx^3} \right) : \frac{25a^3x}{84by^2}$$

iii.)

$$\left(1 + \frac{a}{b} \right) : \left(1 - \frac{a}{b} \right) = \frac{b+a}{b} : \frac{b-a}{b} = \frac{a+b}{b} \cdot \frac{b}{b-a} = \frac{a+b}{b-a}$$

Übungsaufgaben zu Bruchtermen 3

Donnerstag, 12. September 2019

Kürzen Sie die folgenden Brüche:

i.)

$$\frac{10a^2 + 5a}{5a}$$

ii.)

$$\frac{2a + 6b}{3a + 9b}$$

iii.)

$$\frac{a^2 + 2ab + b^2}{a + b}$$

iv.)

$$\frac{342x - 342y}{513(y^2 - x^2)}$$

v.)

$$\frac{1 - x}{1 - x^3}$$

Übungsaufgaben zu Termen 1

Donnerstag, 12. September 2019

Vereinfachen sie die Terme so weit wie möglich:

a) $62x - 9y - (41x - 11y) - (x - 18y)$

b) $(a^2 - ab + b^2)(a + b)$

c) $((2x^2 + y^3)^2 - (2x^2 - y^3)^2)^3$

d) $(3x^2 - 7y^2)^2$

Übungsaufgaben zu Termen 2

Donnerstag, 12. September 2019

Brüche addieren und soweit wie möglich zusammenfassen:

$$a) \frac{z-1}{z} + \frac{3z^2-6z+5}{z^2} - \frac{4z^3-7z^2+5z-5}{z^3}$$

$$b) \frac{x+6}{(x-3)^2} + \frac{x}{x^2-9} - \frac{2}{x+3}$$

$$c) \frac{a^2}{a-b} - \frac{4ab^3}{(a^2-b^2)(a+b)} - \frac{b^2(a-b)}{(a+b)^2}$$

(b) Primfaktorzerlegung: $(x-3)^2 = (x-3)(x-3)$

$$x^2-9 = (x-3)(x+3)$$

$$x+3 = (x+3)$$

$$\text{HN: } (x-3)^2(x+3)$$

$$\frac{(x+6) \cdot (x+3)}{(x-3)^2 \cdot (x+3)} + \frac{x \cdot (x-3)}{(x^2-9) \cdot (x-3)} - \frac{2 \cdot (x-3)^2}{(x+3) \cdot (x-3)^2} =$$

$$\frac{(x+6) \cdot (x+3) + x \cdot (x-3) - [2(x-3)^2]}{(x-3)^2(x+3)} =$$

$$\frac{\cancel{x} + 6x + 3x + \cancel{18} + \cancel{x} - 3x - 2(x^2 - 6x + 9)}{(x-3)^2(x+3)} = \frac{18x}{(x-3)^2(x+3)}$$

Übungsaufgaben zu Termen 3

Donnerstag, 12. September 2019

So weit wie möglich vereinfachen:

a) $\frac{a+b}{4a} \frac{12a}{a+b}$ b) $\left(\frac{4a}{3} + \frac{3b^2}{a^3} + \frac{b}{4a}\right) \frac{4b}{3a}$

c) $\left(\frac{a^2}{8} + \frac{a}{6} - \frac{1}{3}\right) \left(\frac{24}{a^2} - \frac{9}{a}\right)$ d) $\frac{a^2+1}{a^2-1} : \frac{a+1}{a-1}$

e) $\left(1 - \frac{x-5}{x-1}\right) : \left(\frac{x-1}{x-5} - 1\right)$ f) $\frac{\frac{1}{4x^2-1} + 1}{x - \frac{x}{3(2x+1)}}$

Test

Freitag, 13. September 2019

$$10 - \frac{\frac{8}{99} - \frac{1}{18}}{\frac{3}{66}} =$$

$$\textcircled{1} \frac{8}{99} - \frac{1}{18}$$

Hauptnenner durch Primfaktorzerlegung:

$$99 = 3 \cdot 3 \cdot 11$$

$$18 = 2 \cdot 3 \cdot 3$$

$$HN: 2^1 \cdot 3^2 \cdot 11^1 = 198$$

$$\frac{8 \cdot 2}{99 \cdot 2} - \frac{1 \cdot 11}{18 \cdot 11} = \frac{16 - 11}{198} = \frac{5}{198}$$

$$10 - \frac{\frac{5}{198}}{\frac{1}{22}} = 10 - \frac{5}{198} \cdot \frac{22}{1} = 10 - \frac{5}{99} \cdot \frac{11}{1} = 10 - \frac{5}{9} \cdot \frac{1}{1} = \underline{9\frac{4}{9}}$$

$$50x^2 + 60x + 18 = 2 \cdot (25x^2 + 30x + 9) = 2 \cdot (5x + 3)^2$$

$$-\frac{49}{3}x^2 + 28xy - 12y^2 = -\frac{1}{3}(49x^2 - 84xy + 36y^2) = -\frac{1}{3}(7x - 6y)^2$$

$$\frac{10}{x^2 - 3x} - \frac{8x}{(x-3)^2} - 2 = \frac{10}{x(x-3)} - \frac{8x}{(x-3)^2} - \frac{2}{1}$$

Hauptnenner durch Primfaktorzerlegung:

$$x(x-3) = x \cdot (x-3)$$

$$(x-3)^2 = (x-3)(x-3)$$

$$HN: x \cdot (x-3)^2$$

$$= \frac{10(x-3)}{x(x-3)^2} - \frac{8x^2}{(x-3)^2 \cdot x} - \frac{2x \cdot (x-3)^2}{x \cdot (x-3)^2} = \frac{10x - 30 - 8x^2 - [2x \cdot (x-3)^2]}{x \cdot (x-3)^2} =$$

$$= \frac{10x - 30 - 8x^2 - 2x \cdot (x^2 - 6x + 9)}{x \cdot (x-3)^2} = \frac{-2x^3 + 4x^2 - 8x - 30}{x \cdot (x-3)^2}$$

$$a^2 - b^2 = (a+b)(a-b)$$

Bitte faktorisieren: $20x^2 - 45 = 5 \cdot (4x^2 - 9) = 5 \cdot (2x+3)(2x-3)$